

УДК 664.3033.08

Аналитическое решение задачи двумерного слоистого напорного течения в прямоугольном канале

Гукасян Александр Валерьевич*заведующий кафедрой**ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет»**Адрес: 350072, город Краснодар, ул. Московская, д. 2**E-mail: Aleksandr_Gukasyan@mail.ru*

Следуя тенденциям и факторам инновационного развития зеленых технологий в пищевой промышленности для эффективной модернизации технологических процессов необходимо более широко использовать теоретический анализ процессов пищевой промышленности. Эксплуатация шнековых экструдеров показывает, что для эффективного отжима растительного масла необходимо, чтобы трение материала по внутренней поверхности корпуса было больше трения его по шнеку. В противном случае материал будет вращаться вместе со шнеком, не продвигаясь в осевом направлении. Нагнетаемый материал оказывается заключенным между движущимися поверхностями (основание и боковые стенки шнекового канала) и неподвижной внутренней поверхностью корпуса. Для адекватного описания процесса экструдирования необходимо перейти к заданию градиента скорости сдвига на трех границах одновременно. Рассмотрено аналитическое решение течения Пуазейля – Куэтта для заданного градиента скорости сдвига на одной из границ прямоугольной области слоистого течения вязкой жидкости. Установлено, что геометрия профиля канала шнека оказывает существенное влияние на расходно-напорные характеристики двумерного потока преодолевающего гидравлическое сопротивление. Построены новые точные решения уравнений движения Навье – Стокса, описывающие двумерные слоистые течения Пуазейля – Куэтта. Рассмотрены граничные условия двух типов: задание градиента скорости сдвига на одной из границ и на трех границах одновременно. Установлено, что при задании градиента скорости сдвига задача является существенно двумерной: не существует линейного преобразования, позволяющего преобразовать исследуемые течения к одномерным. Полученное аналитическое решение задачи позволяет моделировать как безнапорное слоистое течение Куэтта, так и напорное течение Пуазейля с использованием общей математической зависимости для расчета расходно-напорных характеристик экструдеров с прямоугольным в сечении канала шнека в широком диапазоне геометрии витков, как в их поперечном сечении, так и по длине канала.

Ключевые слова: отжим, фильтрация, математическая модель, «зеленые» технологии, модернизация, пищевая промышленность, шнек, поток

Основным методом получения пищевого растительного масла является экструзионный отжим (Гукасян, 2017). Отжим и фильтрация масла через пластически деформируемую пористую смесь вызывают значительные перепады давления в материале (Меретуков, Заславец, Кошевой, Косачев, 2012). Математические модели ламинарного движения сред в условиях тепломассопереноса и фильтрации в технологических процессах имеют как практическую так и теоретическую ценность (Заславец, Схалыхов, Кошевой, Косачев, Кошевая, 2013; Подгорный, Меретуков, Кошевой, Косачев, 2013; Подгорный, Косачев, Кошевой, Схалыхов, 2014; Косачев, 1985; Косачев, 1998).

Для эффективного отжима растительного масла, как показывает практика, необходимо, чтобы трение материала по внутренней поверхности корпуса экструдера было больше трения его по шнеку. В противном случае материал будет вращаться вместе со шнеком, не продвигаясь в осевом направлении. Нагнетаемый материал оказывается заключенным между движущимися поверхностями (основание и боковые стенки шнекового канала) и неподвижной внутренней поверхностью корпуса. Для адекватного описания процесса экструдирования необходимо перейти к заданию градиента скорости сдвига на трех границах одновременно.

Методика

Рассмотрим аналитическое решение течения Пуазейля – Куэтта для заданного градиента скорости сдвига на одной из границ прямоугольной области слоистого течения вязкой жидкости. Необходимо построить новые точные решения уравнений движения Навье – Стокса, описывающие двумерные слоистые течения Пуазейля – Куэтта. Рассмотрим граничные условия двух типов: задание градиента скорости сдвига на одной из границ и на трех границах одновременно. При задании градиента скорости сдвига задача является существенно двумерной: не существует линейного преобразования, позволяющего преобразовать исследуемые течения к одномерным.

Учитывая ограничения математического моделирования связанные с параметризацией уравнений переноса особую актуальность приобретают аналитические решения переноса компонентов сырья, основных и вспомогательных материалов участвующих в этих процессах (Подгорный, Кошевой, Косачев, Зверев, 2011; Гукасян, Кошевой, Косачев, Тарбин, 2016; Гукасян, Кошевой, Косачев, 2005). Для эффективной модернизации технологических процессов необходимо более широко использовать теоретический анализ процессов пищевой промышленности (Гукасян, 2013).

Рассмотрим аналитическое решение течения Пуазейля – Куэтта для заданного градиента скорости сдвига на одной из границ прямоугольной области слоистого течения вязкой жидкости. В этом случае геометрия профиля канала шнека оказывает существенное влияние на расходно-напорные характеристики двумерного потока преодолевающего гидравлическое сопротивление:

$$\frac{\partial}{\partial z} p(x, y) = \mu \cdot \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} w_z(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} w_z(x, y) \right] \quad (1)$$

где p – давление в потоке; w – скорость потока. Для установившегося режима краевой задачи Пуазейля – Куэтта левая часть уравнения (1) может быть представлена постоянной величиной ($-\Delta P/\mu$; ΔP – градиент давления по оси z , Па/м):

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} W_z(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} W_z(x, y) = -\frac{\Delta P}{\mu} \quad (2)$$

Вначале найдем нетривиальное решение задачи $u_{xx} + u_{yy} = 0$ для граничных условий $u(0, y) = V$, $u(a, y) = 0$, $u(x, 0) = 0$, $u(x, b) = 0$. Собственные значения и собственные функции этой вспомогательной краевой задачи Штурма – Лиувилля удовлетворяющие только граничным условиям $u(x, 0) = 0 = u(x, b) = 0$ будем искать в виде $u(x, y) = X(x) \cdot Y(y)$. Частное решение с этими граничными условиями, после подстановки их в уравнение $u_{xx} + u_{yy} = 0$ дает двумерную задачу безнапорного слоистого течения Куэтта. Делением на произведение одномерных функций получаем следующее тождество. Следовательно, каждая из дробей равна постоянной величине, тогда из уравнения (2) получаем одномерную задачу безнапорного слоистого течения по координате y :

$$\begin{cases} Y'' + \lambda^2 \cdot Y(y) = 0 \\ Y(0) = Y(b) = 0 \end{cases}, \quad 0 < y < b \quad (3)$$

Решая (3) интегральным преобразованием Лапласа, преобразуем его к алгебраическому виду:

$$\lambda^2 \cdot L_Y(s) - dy_0 + s^2 \cdot L_Y(s) - s \cdot y_0 = 0 \quad (4)$$

Выражая алгебраическое уравнение (4) относительно изображения искомой функции $LY(s)$ находим полученную зависимость, считая s простой переменной:

$$L_Y(s) = \frac{dy_0 + s \cdot y_0}{\lambda^2 + s^2} \quad (5)$$

Инвертируем уравнение (5) используя обратное преобразование Лапласа к виду:

$$Y(y) = \frac{dy_0 \cdot \sin(\lambda \cdot y) + y_0 \cdot \cos(\lambda \cdot y) \cdot \lambda}{\lambda} \quad (6)$$

На границе области существования решения по координате y из частного решения (6) граничным условиям (3) удовлетворяет только. Решая тригонометрическое уравнение, получаем следующее выражение, где $n = 1, 2, \dots, \infty$. Тогда собственные значения и собственные функции вспомогательной краевой задачи Штурма – Лиувилля выражаются следующими соотношениями:

$$\lambda_n = \frac{n \cdot \pi}{b}, Y_n(y) = \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{b} \cdot y\right), n = 1, 2, \dots, \infty. \quad (7)$$

Полученное частное решение (7) краевой задачи (3) используем для решения уравнения $w_{xx} + w_{yy} = 0$ в виде разложения $u(x, y) = X(x) \cdot Y(y)$ по собственным функциям:

$$u_n(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} X(x) \cdot \sin\left[\frac{n \cdot \pi}{b} \cdot y\right], \quad (8)$$

где $X(x)$ – функции, подлежащие определению. Частное решение краевой задачи:

$$\begin{cases} X'' - \lambda^2 \cdot X(x) = 0 \\ X(0) = V, X(a) = 0 \end{cases}; 0 < x < a \quad (9)$$

находим с помощью интегрального преобразования (9):

$$\lambda^2 \cdot L_X(s) - dx_0 - s^2 \cdot L_X(s) - s \cdot x_0 = 0, \quad (10)$$

Решая уравнение (10) относительно $L_X(s)$ находим полученную зависимость:

$$L_X(s) = \frac{dx_0}{s^2 - \lambda^2} - \frac{s \cdot x_0}{\lambda^2 - s^2}, \quad (11)$$

Инвертируем (11) к виду:

$$u_n(x, y) = \left[a_n \cdot \operatorname{ch}\left(\pi \cdot x \cdot \frac{n}{b}\right) + b_n \cdot \operatorname{sh}\left(\pi \cdot x \cdot \frac{n}{b}\right) \right] \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{b} \cdot y\right), n = 1, 2, \dots, \infty; \quad (12)$$

Полученное частное решение (12) – сумма гиперболических синусов и косинусов. В случае граничных условий представляет собой четно-нечетную функцию. Следовательно, нетривиальное частное решение (атом) будет иметь вид:

$$u_n(x, y) = \left[a_n \cdot \operatorname{ch}\left(\pi \cdot x \cdot \frac{n}{b}\right) + b_n \cdot \operatorname{sh}\left(\pi \cdot x \cdot \frac{n}{b}\right) \right] \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{b} \cdot y\right), n = 1, 2, \dots, \infty; \quad (13)$$

где a_n и b_n – произвольные постоянные. Сумма частных решений (13) в точке при произвольных значениях y :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left[a_n \cdot \operatorname{ch}\left(\pi \cdot a \cdot \frac{n}{b}\right) + b_n \cdot \operatorname{sh}\left(\pi \cdot a \cdot \frac{n}{b}\right) \right] \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{b} \cdot y\right) \right] = 0. \quad (14)$$

Следовательно, каждое слагаемое

$$\left[a_n \cdot \operatorname{ch}\left(\pi \cdot a \cdot \frac{n}{b}\right) + b_n \cdot \operatorname{sh}\left(\pi \cdot a \cdot \frac{n}{b}\right) \right] \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{b} \cdot y\right)$$

ряда (14) в этой точке должно быть равно нулю. Также частные решения в точке. Учитывая, что $\operatorname{ch}(0) = 1$, а $\operatorname{sh}(0) = 0$ получаем следующее соотношение слагаемых ряда (14) в точке:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{b} \cdot y\right) \right] = V. \quad (15)$$

Скалярное произведение суммы частных решений ряда (15) определяется следующими равенствами:

$$\int_0^b \left[\sin\left(\frac{k \cdot \pi}{b} \cdot y\right) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{b} \cdot y\right) \right] \right] dy = V \cdot \int_0^b \left[\sin\left(\frac{k \cdot \pi}{b} \cdot y\right) \right] dy, k = 1, 2, \dots, \infty. \quad (16)$$

После интегрирования (16) получаем, с учетом ортогональности произведения синусов, следующую систему уравнений:

$$\frac{a_n \cdot b}{2} = V \cdot \int_0^b \left[\sin\left(\frac{n \cdot \pi}{b} \cdot y\right) \right] dy, \Rightarrow a_n = \begin{cases} 0, n = 2, 4, \dots, \infty \\ \frac{4 \cdot V}{n \cdot \pi}, n = 1, 3, \dots, \infty \end{cases} \quad (17)$$

Следовательно, используя подстановку $n = 2 \cdot k + 1$ в (17) получаем значение коэффициента a_k :

$$a_k = \frac{4 \cdot V}{(2 \cdot k + 1) \cdot \pi}, k = 0, 1, \dots, \infty. \quad (18)$$

Подставляя полученное значение (18) в каждое слагаемое

$$\left[a_n \cdot \operatorname{ch}\left(\pi \cdot a \cdot \frac{n}{b}\right) + b_n \cdot \operatorname{sh}\left(\pi \cdot a \cdot \frac{n}{b}\right) \right]$$

ряда (14) с учетом подстановки $n = 2 \cdot k + 1$ и приравнявая каждый член ряда нулю, получим значение коэффициента b_k :

$$b_k = -\frac{4 \cdot V}{(2 \cdot k + 1) \cdot \pi} \cdot \operatorname{cth}\left(\pi \cdot a \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right), k = 0, 1, \dots, \infty. \quad (19)$$

Таким образом, решение вспомогательной краевой задачи имеет вид:

$$u(x, y) = \frac{4 \cdot V}{\pi} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{\sin\left(\pi \cdot y \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right)}{2 \cdot k + 1} \cdot \left[\operatorname{ch}\left(\pi \cdot x \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right) - \operatorname{cth}\left(\pi \cdot a \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right) \cdot \operatorname{sh}\left(\pi \cdot x \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right) \right] \right], \quad (20)$$

Результаты

Эксплуатация шнековых экструдеров показывает, что для эффективного отжима растительного масла необходимо, чтобы трение материала по внутренней поверхности корпуса было больше трения его по шнеку (Меретуков, Косачев, Кошевой, 2011; Деревенко, 2001). В противном случае материал будет вращаться вместе со шнеком, не продвигаясь в осевом направлении (Меретуков, Косачев, Кошевой, 2011). Нагнетаемый материал оказывается заключенным между движущимися поверхностями (основание и боковые стенки шнекового канала) и неподвижной внутренней поверхностью корпуса (Азаров, Аурих, Дичев, 1988; Кошевой, Косачев, Меретуков, 2004). Следовательно, для адекватного описания процесса экструдирования необходимо перейти к заданию градиента скорости сдвига на трех границах одновременно – $u(0,y)=0$, $u(a,y)=V$, $u(x,0)=V$, $u(x,b)=V$. Выше приведенное решение (20) рассматривает безнапорное слоистое течение с одной движущейся стенкой. Эту задачу можно свести к задаче слоистого течения с тремя движущимися стенками путем простой замены переменной $w_z(x, y) = V - u(x, y)$:

$$w_z(x, y) = V - \frac{4 \cdot V}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{\sin\left(\pi \cdot y \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right)}{2 \cdot k + 1} \cdot \frac{\operatorname{sh}\left(\pi \cdot (a - x) \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right)}{\operatorname{sh}\left(\pi \cdot a \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right)} \right] \quad (21)$$

где a, b – габариты канала шнека ($a < b$), m ; x, y – декартова система координат, ($0 < x < a$) и ($0 < y < b$); V – скорость движения стенок канала ($m/сек$).

Обсуждение

Найденная в результате аналитического решения двумерного уравнения зависимость (21) позволяет значительно упростить расчет безнапорного движения материала в экструдерной части шнековых прессов для отжима растительных масел. При вращении шнек захватывает поступающий из загрузочной воронки продукт и, проталкивая его, увеличивает гидростатическое давление в материале от загрузочной зоны к переднему краю шнековой камеры (Гукасян, Кошевой, Косачев, Тарбин, 2016; Гукасян, Кошевой, Косачев, 2018; Меретуков, Кошевой, 2012). Используя решение вспомогательной краевой задачи (20) перейдем к анализу исходной задачи (2) для граничных условий $u(0,y)=V$, $u(a,y)=0$, $u(x,0)=0$, $u(x,b)=0$. Частные решения этой краевой задачи – ряд гиперболических синусов и косинусов, сумма

производных которых дает ряд Фурье, в котором отсутствуют произвольные постоянные a_k и b_k :

$$\frac{\partial}{\partial x^2} \left[\sin\left(\pi \cdot y \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right) \left[a_k \cdot \operatorname{ch}\left(\pi \cdot x \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right) + b_k \cdot \operatorname{sh}\left(\pi \cdot x \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right) + \frac{4 \cdot b^2}{\pi^3 \cdot (2 \cdot k + 1)^3} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} \right] \right] + \frac{4 \cdot \sin\left(\pi \cdot y \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right)}{\pi \cdot (2 \cdot k + 1)} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} = 0, \quad (22)$$

При этом ряд Фурье (22) внутри области существования решения $0 < y < b$ асимптотически

$$\text{стремится к функции } -\frac{\Delta P}{\mu}: \quad (23)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left[-\frac{4 \cdot \sin\left(\pi \cdot y \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right)}{\pi \cdot (2 \cdot k + 1)} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} \right] = -\frac{\Delta P}{\mu},$$

Для определения a_k и b_k используем граничное условие $u(0,y)=V$ (Gukasyan, Koshevoy, Kosachev, 2018). При этом от суммы гиперболических синусов и косинусов остается ряд, содержащий коэффициенты a_k сумма этих слагаемых равна V :

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left[\left[a_k + \frac{4 \cdot b^2}{\pi^3 \cdot (2 \cdot k + 1)^3} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} \right] \cdot \sin\left(\pi \cdot y \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right) \right] = V, \quad (24)$$

Используем скалярное произведение суммы частных решений ряда (24) для определения a_k :

$$\int_0^b \sin\left(\pi \cdot y \cdot \frac{2 \cdot l + 1}{b}\right) \cdot \left[\left[a_k + \frac{4 \cdot b^2}{\pi^3 \cdot (2 \cdot k + 1)^3} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} \right] \cdot \sin\left(\pi \cdot y \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right) \right] dy = V \cdot \int_0^b \sin\left(\pi \cdot y \cdot \frac{2 \cdot l + 1}{b}\right) dy, \quad k=0,1,\dots,\infty, \quad l=0,1,\dots,\infty, \quad (25)$$

Учитывая ортогональность произведения синусов, из (25) получаем следующую систему уравнений:

$$a_k \cdot \frac{b}{2} + \frac{2 \cdot b^3}{\pi^3 \cdot (2 \cdot k + 1)^3} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} = V \cdot \frac{2 \cdot b}{\pi \cdot (2 \cdot k + 1)}, \quad (26)$$

Разрешая уравнение (26) относительно a_k получаем:

$$a_k = \frac{4 \cdot V}{(2 \cdot k + 1) \cdot \pi} - \frac{4 \cdot b^2}{\pi^3 \cdot (2 \cdot k + 1)^3} \cdot \frac{\Delta P}{\mu}, \quad k=0,1,\dots,\infty. \quad (27)$$

Полученное значение a_k из (27) подставляем в каждое слагаемое ряда (22) с учетом подстановки $x=a$ для граничного условия $u(a,y)=0$, и, приравнявая каждый член ряда нулю:

$$\left[\frac{4 \cdot V}{(2 \cdot k + 1) \cdot \pi} - \frac{4 \cdot b^2}{\pi^3 \cdot (2 \cdot k + 1)^3} \right] \cdot \operatorname{ch}\left(\pi \cdot x \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right) + b_k \cdot \operatorname{sh}\left(\pi \cdot x \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right) + \frac{4 \cdot b^2}{\pi^3 \cdot (2 \cdot k + 1)^3} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} = 0, \quad (28)$$

Из (28) получим значение коэффициента b_k :

$$b_k = \frac{4}{\pi^2 \cdot (2 \cdot k + 1)^2} \left[b^2 \cdot \frac{\operatorname{sh}\left(\pi \cdot a \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{2 \cdot b}\right)}{\operatorname{ch}\left(\pi \cdot a \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{2 \cdot b}\right)} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} - \pi^2 \cdot V \cdot \operatorname{cth}\left(\pi \cdot a \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right) \cdot (2 \cdot k + 1)^2 \right], \quad (29)$$

Таким образом, общее решение вспомогательной краевой задачи Пуазейля для слоистого течения двумерного потока в прямоугольном канале образованного одной движущейся стенкой и преодолевающего гидравлическое сопротивление имеет вид:

$$u(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{4}{\pi^2 \cdot (2 \cdot k + 1)^2} \left[b^2 \cdot \frac{\operatorname{sh}\left(\pi \cdot a \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{2 \cdot b}\right)}{\operatorname{ch}\left(\pi \cdot a \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{2 \cdot b}\right)} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} - \pi^2 \cdot V \cdot \operatorname{cth}\left(\pi \cdot a \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right) \cdot (2 \cdot k + 1)^2 \right] \cdot \operatorname{sh}\left(\pi \cdot x \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right) + \frac{4 \cdot b^2}{\pi^2 \cdot (2 \cdot k + 1)^2} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} \right], \quad (30)$$

Выше приведенное решение (30) рассматривает напорное слоистое течение с одной движущейся стенкой (Схалыхов, Косачев, Кошевой, 2009; Схалыхов, Верещагин, Косачев, Кошевой, 2009). Эту задачу можно свести к задаче слоистого течения с тремя движущимися стенками путем аналогичной замены переменной $Wz(x, y) = V - u(x, y)$:

$$Wz(x, y, a, b) = V - \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{4}{\pi^2 \cdot (2 \cdot k + 1)^2} \left[b^2 \cdot \frac{\operatorname{sh}\left(\pi \cdot a \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{2 \cdot b}\right)}{\operatorname{ch}\left(\pi \cdot a \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{2 \cdot b}\right)} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} - \pi^2 \cdot V \cdot \operatorname{cth}\left(\pi \cdot a \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right) \cdot (2 \cdot k + 1)^2 \right] \cdot \operatorname{sh}\left(\pi \cdot y \cdot \frac{2 \cdot k + 1}{b}\right) + \frac{4 \cdot b^2}{\pi^2 \cdot (2 \cdot k + 1)^2} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} \right], \quad (31)$$

Заключение

Установлено, что геометрия профиля канала шнека оказывает существенное влияние на расходно-напорные характеристики двумерного потока преодолевающего гидравлическое сопротивление. Полученное аналитическое решение (31) задачи (2) позволяет моделировать как безнапорное слоистое течение Куэтта, так и напорное течение Пуазейля с использованием общей математической зависимости для расчета расходно-напорных характеристик экструдеров с прямоугольным в сечении канала шнека в широком диапазоне геометрии витков, как в их поперечном сечении, так и по длине канала.

Благодарности

Хотелось бы поблагодарить коллег: Косачева В.С., д-р техн. наук, профессор и Кошевого Е.П., д-р техн. наук, профессор, ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет» г. Краснодар, Россия исследование проводилось при их содействии.

Литература

- Гукасян А.В. Анализ факторов процесса отжима растительного масла в шнековом прессе // Известия высших учебных заведений. Пищевая технология. 2017. № 4 (358). С. 64-68.
- Меретуков З.А., Заславец А.А., Кошевой Е.П., Косачев В.С. Методы решения дифференциальных уравнений гидродинамики // Новые технологии. 2012. № 1. С. 36-41.
- Заславец А.А., Схалыхов А.А., Кошевой Е.П., Косачев В.С., Кошевая С.Е. Гидравлика реверсивного течения внутри мембраны контактора // Новые технологии. 2013. № 2. С. 91-94.
- Подгорный С.А., Меретуков З.А., Кошевой Е.П., Косачев В.С. Метод конечных элементов в решении задач теплопроводности // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. 2013. № 2 (56). С. 10-15.
- Bingham Medalists. The Society of Rheology (15 ноября 2010). Проверено 21 декабря 2010. <http://www.rheology.org> Архивировано 13 июля 2013 года.
- Подгорный С.А., Косачев В.С., Кошевой Е.П., Схалыхов А.А. Влажностно-температурные кинетические зависимости при сушке // Новые технологии. 2014. № 1. С. 43-47.
- Косачев В.С. Повышение эффективности рафинации масел в мыльно-щелочной среде на основе изучения физико-химических особенностей процесса: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Краснодар: Краснодарский ордена Трудового Красного Знамени политехнический институт, 1985. 28 с.
- Косачев В.С. Теоретические и практические основы осложненной поверхностно-активными веществами массопередачи в процессе рафинации масел: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Краснодар: Кубанский государственный технологический университет, 1998. 48 с.
- Подгорный С.А., Кошевой Е.П., Косачев В.С., Зверев С.В. Статистическая оценка кластерной модели гигроскопичности зерна // Хранение и переработка сельхозсырья. 2011. № 6. С. 11-14.
- Гукасян А.В., Кошевой Е.П., Косачев В.С., Тарбин А.Н. Течение масляного материала в выпускном устройстве пресса // Явления переноса в процессах и аппаратах химических и пищевых производств: материалы II Международной научно-практической конференции. 2016. С. 146-150.
- Blyagoz Kh.R., Skhalyakhov A.A., Zaslavets A.A., Koshevoi E.P., Kosachev V.S. Modeling of membrane process of nano- and miniemulsies formation //

- Новые технологии. 2011. № 2. С. 15-17.
- Деревенко В.В. Научное обоснование разработки ресурсосберегающих процессов производства растительных масел и создания конкурентоспособной промышленной аппаратуры: автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук. СПб.: Санкт-Петербургский государственный университет низкотемпературных и пищевых технологий, 2006. 48 с.
- Деревенко В.В. Способ получения подсолнечного масла // Патент России на изобретение RUS 2125086 07.10.1997. Оpubл. 1999 г.
- Меретуков З.А., Косачев В.С., Кошевой Е.П. Решение задачи нелинейной напоропроводности при отжиге // Известия высших учебных заведений. Пищевая технология. 2011. № 5-6 (323-324). С. 62-64.
- Меретуков З.А., Кошевой Е.П., Косачев В.С. Решение дифференциального уравнения отжима // Новые технологии. 2011. № 4. С. 54-57.
- Азаров Б.М., Аурих Х., Дичев С. и др. Технологическое оборудование пищевых производств / Под ред. Б.М. Азарова. М.: Агропромиздат, 1988. 463 с.
- Коваленок В.А. Научное обеспечение развития процесса экструзии крахмалосодержащего сырья: автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук. М.: Моск. гос. ун-т пищевых пр-в (МГУПП), 2007.
- Гукасян А.В., Кошевой Е.П., Косачев В.С. Двумерная модель течения материала в канале шнека с неподвижной крышкой // «Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий». №1. 2018. С. 20-24.
- Меретуков З.А., Кошевой Е.П. Физико-химическая механика прессования масличных материалов. Краснодар: Издательский Дом – Юг, 2012. 182 с.
- Gukasyan A.V., Koshevoy E.P., Kosachev V.S. Two-dimensional mathematical model of oil-bearing materials in extrusion-type transportation over rectangular screw core Journal of Physics: Conference Series. 2018. T. 1015. C. 032-051.
- Кошевой Е.П., Косачев В.С., Меретуков З.А. Теоретическое рассмотрение деформирования материала на выходе экструдера // Известия высших учебных заведений. Пищевая технология. 2004. № 5-6 (282-283). С. 86-88.
- Меретуков З.А., Кошевой Е.П. Физико-химическая механика экструзионной подготовки структуры растительных материалов к экстрагированию двуокисью углерода. Краснодар: ООО «Издательский Дом - Юг», 2011. 130 с.
- Деревенко В.В. Двухчервячный пресс-экструдер для отжима масла из масличного материала // Патент на полезную модель RUS 18711 11.04.2001г.
- Схалыхов А.А., Косачев В.С., Кошевой Е.П. Математическое моделирование процесса разделения жидких смесей в мембранном модуле с различной организацией потоков // Известия высших учебных заведений. Пищевая технология. 2009. № 2-3 (308-309). С. 71-74.
- Схалыхов А.А., Верещагин А.Г., Косачев В.С., Кошевой Е.П. Разработка модели конденсации парогазовых смесей с полимерными полуволоконными мембранами // Новые технологии. 2009. № 1. С. 39-43.

Analytical Solution of the Problem of Two-Dimensional Layered Pressure Flow in a Rectangular Channel

Aleksandr V. Gukasyan

*Kuban State Technological University
2 Moskovskaya, Krasnodar, Russian Federation, 350072
E-mail: Aleksandr_Gukasyan@mail.ru*

Following the trends and factors of innovative development of green technologies in the food industry for the effective modernization of technological processes it is necessary to use more widely the theoretical analysis of food industry processes. The operation of screw extruders shows that for effective extraction of vegetable oil it is necessary that the friction of the material on the inner surface of the housing is more than the friction of it on the screw. Otherwise, the material will rotate with the screw without moving in the axial direction. The injected material is enclosed between the moving surfaces (the base and the side walls of the screw channel) and the fixed inner surface of the housing. For an adequate description of the extrusion process, it is necessary to proceed to the setting of the gradient of the shear rate at three boundaries simultaneously. The analytical solution of the Poiseuille – Couette flow for a given gradient of the shear rate at one of the boundaries of the rectangular region of the layered viscous flow is considered. It is established that the geometry of the profile of the screw channel has a significant impact on the flow-pressure characteristics of the two-dimensional flow overcoming hydraulic resistance. New exact solutions of the Navier – Stokes equations of motion describing two – dimensional layered Poiseuille-Couette flows are constructed. The boundary conditions of two types are considered: setting the gradient of the shear rate at one of the boundaries and at three boundaries simultaneously. It is found that the problem is essentially two-dimensional when specifying the shear rate gradient: there is no linear transformation that allows the studied flows to be converted to one-dimensional ones. The obtained analytical solution of the problem allows to simulate both the non-pressure layer Couette flow and the pressure Poiseuille flow using the General mathematical dependence to calculate the flow-pressure characteristics of extruders with a rectangular cross-section of the screw channel in a wide range of coil geometry, both in their cross-section and along the channel length.

Keywords: spinning, filtration, mathematical model, “green” technologies, modernization, food industry, screw, flow

References

- Gukasyan A.V. Analiz faktorov processa otzhima rastitel'nogo masla v shnekovom presse (Analysis of the factors of the process of extraction of vegetable oil in the screw press) // *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenij. Pishchevaya tekhnologiya*. 2017. № 4 (358). S. 64-68.
- Meretukov Z.A., Zaslavec A.A., Koshevoj E.P., Kosachev V.S. Metody resheniya differentsial'nykh uravnenij gidrodinamiki (Methods for solving differential equations of hydrodynamics) // *Novye tekhnologii*. 2012. № 1. S. 36-41.
- Zaslavec A.A., Skhalyahov A.A., Koshevoj E.P., Kosachev V.S., Koshevaya S.E. Gidravlika reversivnogo techeniya vnutri membrany kontaktora (Hydraulics of reverse flow inside the membrane contactor) // *Novye tekhnologii*. 2013. № 2. S. 91-94.
- Podgornij S.A., Meretukov Z.A., Koshevoj E.P., Kosachev V.S. Metod konechnykh ehlementov v reshenii zadach teploprovodnosti (Finite element method in solving heat conduction problems) // *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta inzhenernykh tekhnologij*. 2013. № 2 (56). S. 10-15.
- Bingham Medalists. The Society of Rheology (15 noyabrya 2010). Provereno 21 dekabrya 2010. <http://www.rheology.org> Arhivirovano 13 iyulya 2013 goda.
- Podgornij S.A., Kosachev V.S., Koshevoj E.P., Skhalyahov A.A. Vlazhnostno-temperaturnye kineticheskie zavisimosti pri sushke (Humid-temperature kinetic dependence when drying) // *Novye tekhnologii*. 2014. № 1. S. 43-47.
- Kosachev V.S. Povyshenie ehffektivnosti rafinacii masel v myl'no-shchelochnoj srede na osnove izucheniya fiziko-himicheskikh osobennostej processa (Improving the efficiency of oil refining in a soap-alkaline environment based on the study of physical and chemical characteristics of the process) // *Avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk /*

- V.S. Kosachev. – Krasnodar: Krasnodarskij ordena Trudovogo Krasnogo Znameni politekhnicheskij institut, 1985. - 28 s.
- Kosachev V.S. Teoreticheskie i prakticheskie osnovy oslozhennoj poverhnostno-aktivnymi veshchestvami massoperechadi v processe rafinacii masel (Theoretical and practical bases of the mass transfer complicated by surfactants in the process of oil refining) // Avtoref. dis. ... d-ra tekhn. nauk / V.S. Kosachev. – Krasnodar: Kubanskij gosudarstvennyj tekhnologicheskij universitet, 1998. – 48 s.
- Podgornij S.A., Koshevoj E.P., Kosachev B.C., Zverev S.V. Statisticheskaya ocenka klasternoj modeli gigroskopichnosti zerna (Statistical evaluation of the cluster model of grain hygroscopicity) // Hranenie i pererabotka sel'hozsyrya. 2011. № 6. S. 11-14.
- Gukasyan A.V., Koshevoj E.P., Kosachev V.S., Tarbin A.N. Techenie maslichnogo materiala v vypusknom ustrojstve pressa (Flow of oilseed material in the exhaust device of the press) // V sbornike: YAvleniya perenosa v processah i apparatah himicheskikh i pishchevyh proizvodstv / materialy II Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii. 2016. S. 146-150.
- Blyagoz Kh.R., Skhalyakhov A.A., Zaslavets A.A., Koshevoj E.P., Kosachev V.S. Modeling of membrane process of nano- and miniemulsies formation // Novye tekhnologii. 2011. № 2. S. 15-17.
- Derevenko V.V. Nauchnoe obosnovanie razrabotki resursoberegayushchih processov proizvodstva rastitel'nyh masel i sozdaniya konkurentosposobnoj promyshlennoj apparatury (Scientific substantiation of development of resource-saving processes of production of vegetable oils and creation of competitive industrial equipment) // avtoreferat dissertacii na soiskanie uchenoj stepeni doktora tekhnicheskikh nauk / Sankt-Peterburgskij gosudarstvennyj universitet nizkotemperaturnyh i pishchevyh tekhnologij. Sankt-Peterburg, 2006. 48 s.
- Derevenko V.V. Sposob polucheniya podsolnechnogo masla (Method of obtaining sunflower oil) // Patent Rossii na izobretenie RUS 2125086 07.10.1997. Opubl. 1999 g.
- Meretukov Z.A., Kosachev V.S., Koshevoj E.P. Reshenie zadachi nelinejnoj naporoprovodnosti pri otzhime (Solution of the problem of nonlinear pressure conductivity during extraction) // Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Pishchevaya tekhnologiya. 2011. № 5-6 (323-324). S. 62-64.
- Meretukov Z.A., Koshevoj E.P., Kosachev V.S. Reshenie differencial'nogo uravneniya otzhima (Solution of the differential equation of extraction) // Novye tekhnologii. 2011. № 4. S. 54-57.
- B.M. Azarov, X. Aurih, S. Dichev i dr Tekhnologicheskoe oborudovanie pishchevyh proizvodstv (Technological equipment of food production) // Pod red. B.M. Azarova. – M.: Agropromizdat, 1988. – 463 S.
- Kovalenok V.A. Nauchnoe obespechenie razvitiya processa ehkstruzii krahmalosoderzhashchego syr'ya (Scientific support for the development of the process of extrusion of starch-containing raw materials) // avtoreferat dissertacii na soiskanie uchenoj stepeni doktora tekhnicheskikh nauk / Mosk. gos. un-t pishchevyh pr-v (MGUPP). Moskva, 2007
- Gukasyan A.V., Koshevoj E.P., Kosachev V.S. Dvumernaya model' techeniya materiala v kanale shneka s nepodvizhnoj kryshkoj (Two-dimensional model of material flow in the screw channel with a fixed cover) // «Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta inzhenernyh tekhnologij». - №1. – 2018. – S. 20-24.
- Meretukov Z.A., Koshevoj E.P. Fiziko-himicheskaya mekhanika pressovaniya maslichnyh materialov (Physico-chemical mechanics of oilseed pressing) // monografiya / Krasnodar, 2012.
- Gukasyan A.V., Koshevoj E.P., Kosachev V.S. Two-dimensional mathematical model of oil-bearing materials in extrusion-type transportation over rectangular screw core // Journal of Physics: Conference Series (sm. v knigah). - 2018. - T. 1015. - S. 032-051.
- Koshevoj E.P., Kosachev B.C., Meretukov Z.A. Teoreticheskoe rassmotrenie deformirovaniya materiala na vyhode ehkstrudera (Theoretical consideration of deformation of the material at the exit of the extruder) // Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Pishchevaya tekhnologiya. 2004. № 5-6 (282-283). S. 86-88.
- Meretukov Z.A., Koshevoj E.P. Fiziko-himicheskaya mekhanika ehkstruzionnoj podgotovki struktury rastitel'nyh materialov k ehkstragirovaniyu dvoukis'yu ugleroda (Physico-chemical mechanics of extrusion preparation of plant material structure for carbon dioxide extraction) // monografiya / OOO «Izdatel'skij Dom - YUG». Krasnodar, 2011.
- Derevenko V.V. Dvuhchervyachnyj press-ehkstruder dlya otzhima masla iz maslichnogo materiala (A twin-screw press-extruder for the extraction of oil from oil-bearing material) // Patent na poleznuyu model' RUS 18711 11.04.2001g.
24. Skhalyahov A.A., Kosachev V.S., Koshevoj E.P. Matematicheskoe modelirovanie processa razdeleniya zhidkih smesey v membrannom module s razlichnoj organizaciej potokov (Mathematical modeling of liquid mixture separation process in membrane module with different flow organization) // Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij.

- Pishchevaya tekhnologiya. 2009. № 2-3 (308-309).
S. 71-74.
- Skhalyahov A.A., Vereshchagin A.G., Kosachev V.S.,
Koshevoj E.P.
Razrabotka modeli kondensacii parogazovyh smesej
s polimernymi polovolokonnyimi membranami
(Development of a model of condensation of vapor-
gas mixtures with polymer half-fiber membranes)
// Noveye tekhnologii. 2009. № 1. S. 39-43.