

# Компьютерное моделирование процесса распылительной сушки молока при конвективно-радиационном энергоподводе

Российский экономический университет имени Г. В. Плеханова (РЭУ им. Г. В. Плеханова), г. Москва, Российская Федерация

М. Н. Орешина, С. А. Малази

## КОРРЕСПОНДЕНЦИЯ:

**Марина Николаевна Орешина**  
E-mail: Oreshina.MN@rea.ru

## ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:

Орешина, М.Н., & Малази, С. (2025). Компьютерное моделирование процесса распылительной сушки молока при конвективно-радиационном энергоподводе. *Хранение и переработка сельхозсырья*, 33(4), 77-90. <https://doi.org/10.36107/spfp.2025.4.672>

**ПОСТУПИЛА:** 06.07.2025

**ПРИНЯТА:** 15.12.2025

**ОПУБЛИКОВАНА:** 30.12.2025

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ:

авторы сообщают об отсутствии конфликта интересов.



## АННОТАЦИЯ

**Введение:** Распылительная сушка молока является ключевой технологической операцией, определяющей качество, стабильность и энергоэффективность производства сухих молочных продуктов. Несмотря на широкое применение CFD-моделирования, большинство существующих моделей недостаточно учитывают внутренние структурные преобразования капли и влияние комбинированного конвективно-радиационного энергоподвода на кинетику тепло- и массопереноса. Эти факторы ограничивают прогностическую точность расчетов и возможности оптимизации режимов сушки.

**Цель:** Разработка и численная реализация CFD-ориентированной математической модели распылительной сушки молока, позволяющей описывать изменение температуры и влагосодержания капли при конвективно-радиационном энергоподводе и определять рациональные параметры технологического режима.

**Материалы и методы:** Модель основана на системе дифференциальных уравнений теплопроводности, диффузии влаги и кинетического уравнения структурных изменений частицы. Численное решение реализовано на языке Python в среде PyCharm с использованием библиотек SciPy, NumPy и Matplotlib. Расчеты выполнены для одиночной капли молока при различных значениях удельного теплового потока в диапазоне 0,000156–0,000273 Дж и времени обработки 120 с. Структурные и морфологические изменения учитывались посредством уточняющего коэффициента  $K_1$ .

**Результаты:** Получены зависимости температуры поверхности капли и концентрации влаги от уровня энергоподвода. Установлено, что увеличение теплового потока приводит к росту температуры поверхности с 331 до 360 К, однако не обеспечивает пропорционального ускорения обезвоживания. Во всех исследованных режимах конечное влагосодержание достигает 4,9–5,1 %. Введение структурного коэффициента  $K_1$  позволило корректно описать замедление диффузии влаги на поздних стадиях сушки, связанное с формированием поверхностного слоя.

**Выводы:** Применение повышенных уровней энергоподвода нецелесообразно с точки зрения энергоэффективности и может приводить к избыточной термической нагрузке без существенного выигрыша в скорости сушки. Разработанная модель может быть использована для оптимизации режимов распылительной сушки, проектирования сушильного оборудования и создания цифровых двойников технологических процессов обезвоживания пищевых эмульсий и суспензий.

## КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

математическое моделирование; тепловые и массообменные процессы; распылительная сушка молока; моделирование в среде Python; конвективно-радиационный энергоподвод

# Computer Modeling of Milk Spray Drying under Combined Convective and Radiative Heating

Plekhanov Russian University  
of Economics, Moscow,  
Russian Federation

Marina N. Oreshina, Samuel A. Malazi

## CORRESPONDENCE:

**Marina N. Oreshina**

E-mail: Oreshina.MN@rea.ru

## FOR CITATIONS:

Oreshina, M.N., & Malazi, S. (2025).  
Computer modeling of milk spray  
drying under combined convective and  
radiative heating. *Storage and Processing  
of Farm Products*, 33(4), 77-90.  
[https://doi.org/10.36107/  
spfp.2025.4.672](https://doi.org/10.36107/spfp.2025.4.672)

**RECEIVED:** 06.07.2025

**ACCEPTED:** 15.12.2025

**PUBLISHED:** 30.12.2025

## DECLARATION OF COMPETING

**INTEREST:** none declared.



## ABSTRACT

**Introduction:** Spray drying is a critical unit operation in milk powder production, strongly affecting product quality, storage stability, and process energy efficiency. Although computational fluid dynamics (CFD) has been widely applied to drying analysis, many existing models do not adequately capture internal droplet structural transformations or the effect of combined convective and radiative heating on heat and mass transfer kinetics. As a result, their predictive capability and usefulness for process optimization remain limited.

**Purpose:** To develop and numerically implement a CFD-oriented mathematical model of milk spray drying that describes the evolution of droplet temperature and moisture content under combined convective and radiative heating and identifies rational operating conditions.

**Materials and Methods:** The model was formulated as a system of differential equations describing heat conduction, moisture diffusion, and the kinetics of structural transformations within the particle. Numerical simulations were performed in Python (PyCharm environment) using the SciPy, NumPy, and Matplotlib libraries. Calculations were carried out for a single milk droplet under different specific heat input levels ranging from 0.000156 to 0.000273 J over a treatment time of 120 s. Structural and morphological changes were incorporated through a correction coefficient,  $K_1$ .

**Results:** The model generated temperature and moisture profiles as functions of energy input. Increasing the heat input raised the droplet surface temperature from 331 to 360 K, but did not result in a proportional increase in drying intensity. In all tested regimes, the final moisture content remained within a narrow range of 4.9-5.1%. Incorporation of the structural coefficient  $K_1$  made it possible to adequately describe the reduction in moisture diffusivity at the final stage of drying associated with crust formation at the particle surface.

**Conclusion:** Higher energy input levels appear unjustified from an energy-efficiency perspective, as they may impose excessive thermal stress without providing a substantial increase in drying rate. The proposed model can be used to optimize spray-drying conditions, support dryer design, and develop digital twins of dehydration processes for food emulsions and suspensions.

## KEYWORDS

mathematical modeling; heat and mass transfer; milk spray drying; Python-based simulation; convective-radiative heating

## ВВЕДЕНИЕ

Распылительная сушка молока является одной из ключевых технологических операций в производстве сухих молочных продуктов, определяющей их микробиологическую стабильность, функциональные свойства и срок хранения (Jakkamsetty et al., 2024; Muehlhoff et al., 2013). Качество конечного порошка в значительной степени формируется на стадии обезвоживания отдельных капель, где одновременно протекают процессы тепло- и массопереноса, фазовые превращения и структурные изменения многокомпонентной пищевой системы (Pugliese et al., 2017; Alamilla-Beltrán et al., 2005).

С практической точки зрения распылительная сушка характеризуется высокой энергоемкостью и чувствительностью к режимным параметрам, что обуславливает необходимость точного управления температурой, скоростью потоков и временем пребывания частиц в сушильной камере (Dantas et al., 2024; Maksimenko et al., 2018). Неправильный выбор теплового режима приводит либо к недоосушке и ухудшению стабильности продукта, либо к термической деградации белково-липидных компонентов (Schmitz-Schug et al., 2016).

Современные исследования доказывают, что экспериментальная оптимизация режимов распылительной сушки является трудоемкой и экономически затратной, особенно при переходе к новым конструкциям сушильных установок и комбинированным способам нагрева (Woo et al., 2008; Li & Zbicinski, 2005). В связи с этим вычислительная гидродинамика (CFD) рассматривается как основной инструмент анализа и проектирования распылительных сушилок (Langrish & Kockel, 2001; Lin & Chen, 2006). CFD-модели позволяют прогнозировать распределение скоростей, температур и влажностного содержания, а также анализировать траектории движения отдельных капель в газовом потоке.

Однако анализ литературных данных показывает, что большинство существующих CFD-моделей ориентировано преимущественно на описание внешней аэродинамики и теплообмена, в то время как внутренние процессы в капле, включая изменение структуры и нелинейную кинетику диффузии влаги, учитываются в упрощенном виде (Mohammed, 2003; Poozesh et al., 2018). Морфологические изменения частиц в процессе сушки экспериментально

зафиксированы (Alamilla-Beltrán et al., 2005), однако их интеграция в инженерные расчетные модели до настоящего времени остается ограниченной. Аналогичная проблема отмечается в работах, посвященных многоуровневому моделированию распылительных сушилок (Langrish, 2009).

Дополнительную сложность представляет применение комбинированного конвективно-радиационного энергоподвода, при котором радиационная составляющая существенно влияет на температурные градиенты в капле и кинетику испарения влаги (Maksimenko et al., 2015; Aleksanyan et al., 2015). В литературе данный режим рассмотрен фрагментарно, преимущественно в контексте конструктивных решений сушильных установок, тогда как его влияние на внутреннюю структуру высушиваемых частиц описано недостаточно.

Таким образом, в современной научной литературе сохраняется методологический пробел, связанный с отсутствием CFD-ориентированных моделей распылительной сушки молока, одновременно учитывающие конвективно-радиационный энергоподвод, внутреннюю тепло-массопереносную кинетику капли и структурные преобразования высушиваемого материала. В связи с этим целью настоящего исследования является разработка математической модели распылительной сушки молока с использованием CFD-подхода, позволяющей описывать изменение температуры и концентрации влаги в капле при комбинированном конвективно-радиационном энергоподводе с учетом структурных преобразований материала, а также определение рациональных параметров технологического режима сушки.

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

Процесс распылительной сушки относится к классу сложных многофазных тепло-массообменных процессов, в которых одновременно реализуются аэродинамическое диспергирование, конвективный и радиационный теплообмен, фазовые переходы и структурные преобразования высушиваемого материала (Woo et al., 2008; Langrish, 2009). Для его описания в научной литературе сформировался широкий спектр математических моделей, разли-

чающихся по пространственной размерности, характеру учета фаз и степени физической детерминированности.

Балансовые (0D) и одномерные (1D) модели, основанные на уравнениях сохранения массы и энергии, широко применяются для предварительной оценки интегральных параметров процесса, однако не позволяют учитывать пространственную неоднородность температурных и концентрационных полей, критически важную для анализа локальных перегревов и зон недоосушки (Li & Kobayashi, 2005; Putranto & Chen, 2016). В связи с этим для решения задач проектирования и оптимизации распылительных сушилок преимущественное распространение получили пространственно-распределенные модели (2D/3D), реализуемые в рамках вычислительной гидродинамики (CFD) (Langrish & Kockel, 2001; Lin & Chen, 2006).

В CFD-подходе газовая фаза, как правило, описывается в эйлеровой системе координат, тогда как дисперсная фаза может моделироваться либо в эйлеровом, либо в лагранжевом представлении. Наиболее адекватным для распылительной сушки признан гибридный подход Эйлера — Лагранжа, при котором каждая капля рассматривается как индивидуальный объект с собственной тепловой и массопереносной историей (Woo et al., 2008; Li & Zbicinski, 2005). Такой подход позволяет учитывать распределение размеров капель, траектории их движения и взаимодействие с газовым потоком.

Однако, как показывают исследования Mohammed (2003) и Poozesh et al. (2018), даже в рамках CFD-моделирования большинство моделей ограничиваются упрощенным описанием внутренних процессов в капле, предполагая постоянство коэффициентов диффузии и пренебрегая динамикой структурных превращений. Между тем экспериментальные работы по морфологии частиц при распылительной сушке демонстрируют, что формирование поверхностной корки и пористой структуры существенно изменяет кинетику влагопереноса (Alamilla-Beltrán et al., 2005).

Дополнительную сложность представляет учет радиационной составляющей нагрева. В работах, посвященных конвективно-радиационным сушильным установкам, показано, что инфракрасное излучение формирует иные температурные гра-

диенты в частице по сравнению с исключительно конвективным нагревом, что влияет на скорость испарения и структурообразование (Maksimenko et al., 2015; Aleksanyan et al., 2015). Однако интеграция радиационного теплообмена в модели одиночной капли в большинстве случаев остается упрощенной.

Многоуровневые математические модели распылительных сушилок, предлагаемые Langrish (2009), подтверждают, что для повышения прогностической точности необходимо учитывать взаимосвязь между тепловыми режимами, кинетикой испарения и структурными преобразованиями материала. При этом полностью детерминированное описание всех микропроцессов на практике оказывается чрезмерно сложным и вычислительно затратным, что приводит к использованию полуэмпирических параметров и корректирующих коэффициентов (Putranto & Chen, 2016).

Современное теоретическое развитие моделей распылительной сушки формируется в направлении гибридных физико-математических схем, сочетающих строгие уравнения тепломассопереноса с параметризацией трудноформализуемых структурных эффектов. В рамках данного подхода введение уточняющих коэффициентов, отражающих изменение диффузионных и реологических свойств высушиваемого материала, рассматривается как обоснованный компромисс между физической строгостью и инженерной применимостью модели.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

### Объект исследования

Объектом исследования являлся процесс распылительной сушки молока при конвективно-радиационном энергоподводе. В качестве расчетного элемента рассматривалась одиночная капля молока, образованная в результате распыления в воздушной среде сушильной камеры. Такой подход соответствует распространенной практике CFD-моделирования распылительных процессов и позволяет детально анализировать кинетику тепломассопереноса и фазовых превращений (Mohammed, 2003; Woo et al., 2008; Lin & Chen, 2006).

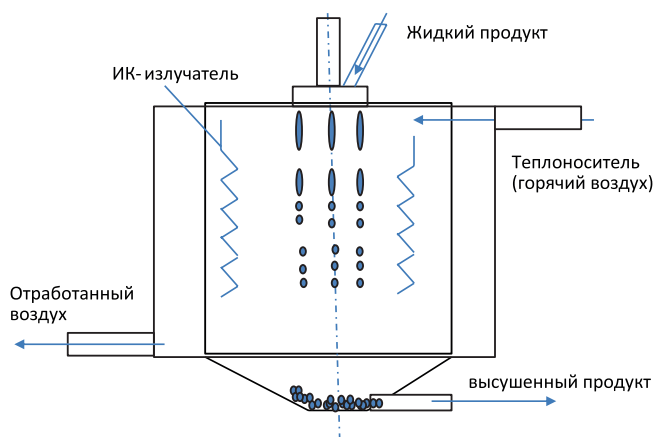
Схема движения высушиваемого продукта и воздуха в корпусе распылительной сушилки приведена

**Рисунок 1**

Схема движения высушиваемого продукта и воздуха в распылительной конвективно-радиационной сушилке

**Figure 1**

Schematic Diagram of the Movement of the Dried Product and Air in a Spray Convective-Radiative Drier



на Рисунке 1. При этом предполагается, что распылительные форсунки не вращаются.

### Математическая постановка задачи

Модель процесса основана на системе связанных дифференциальных уравнений, описывающих:

- (1) движение капли в газовом потоке на основе преобразованного уравнения Навье — Стокса,
- (2) теплопроводность в капле с учетом фазового перехода,
- (3) диффузию влаги внутри капли,
- (4) кинетику структурных преобразований материала.

Движение капли в газовом потоке на основе преобразованного уравнения Навье — Стокса описывается системой уравнений:

$$\begin{aligned} \rho \frac{dV_x}{d\tau} &= -\frac{\partial P}{\partial X} + \mu \cdot \nabla^2 \cdot V_x + \rho \cdot g_x; \\ \rho \frac{dV_y}{d\tau} &= -\frac{\partial P}{\partial Y} + \mu \cdot \nabla^2 \cdot V_y + \rho \cdot g_y; \\ \rho \frac{dV_z}{d\tau} &= -\frac{\partial P}{\partial Z} + \mu \cdot \nabla^2 \cdot V_z + \rho \cdot g_z, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\frac{dV_i}{d\tau}$  — производные скорости высушиваемой в потоке воздуха капли молока м/с<sup>2</sup>;  $\rho$  — плотность молока, кг/м<sup>3</sup>;

$\rho \frac{dV_i}{d\tau}$  — составляющая, определяющая движение капли молока, переносимой воздушным потоком;  
 $-\frac{\partial P}{\partial K}$  — изменения распределения давления по координате, воздействующего на каплю молока, градиент определяет величину аэродинамической силы;  
 $X, Y, Z$  — координата (граничные значения определяются параметрами камеры распылительной сушилки), м;  
 $\mu \cdot \nabla^2 \cdot V_i$  — составляющая, показывающая перемещение жидкости (капли молока) в пространстве;  
 $\mu$  — коэффициент динамической вязкости молока, Па · с;  
 $\nabla^2$  — оператор Лапласа;  
 $\rho \cdot g_i$  — результат действия внешних сил (без учета силы трения  $F_{тр}$  ввиду её незначительного значения), выраженный действием ускорения свободного падения, Н.

На Рисунке 2 представлена схема действия сил на каплю высушиваемого продукта при её движении по сушильной камере

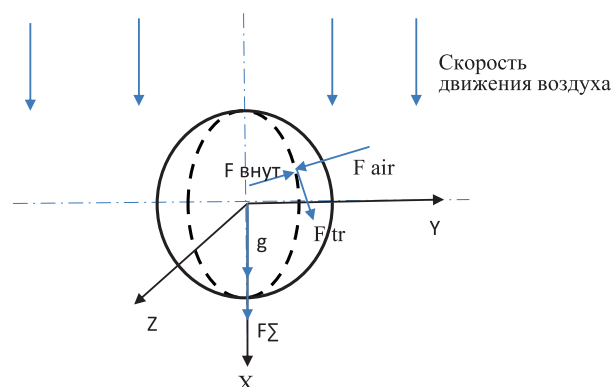
Температурные поля в жидкой и твердой фазах капли описывались уравнениями Фурье — Кирхгофа. Массообмен влаги моделировался на основе усредненного диффузионного уравнения с эффективным коэффициентом диффузии. Структурные изменения учитывались через кинетическое уравнение для структурного параметра  $\phi$ , отражающего

**Рисунок 2**

Схема действия сил на каплю высушиваемого продукта при её движении по сушильной камере

**Figure 2**

Diagram of the Forces Acting on a Droplet of a Dried Product as it Moves Through a Drying Chamber



степень перехода жидкой фазы в пористую твердую матрицу.

Теплопроводность в капле с учетом фазового перехода описывается системой уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{m2}}{\partial \tau} &= a_2 \cdot \frac{\partial T_{m2}(x,\tau)}{\partial \tau^2}, \quad \tau > 0, \quad 0 < x < r; \\ \frac{\partial T_{m1}}{\partial \tau} &= a_1 \cdot \frac{\partial T_{m1}(x,\tau)}{\partial \tau^2}, \quad \tau > 0, \quad 0 < x < r, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $T_{m1}$  — распределение температуры в жидкой фазе, °C;

$T_{m2}$  — распределение температур в образующейся твердой фазе, °C;

$a_1$  — коэффициент температуропроводности для жидкой фазы, м<sup>2</sup>/с;

$a_2$  — коэффициент температуропроводности для твердой фазы, м<sup>2</sup>/с;

$r$  — радиус капли, м;

$\tau$  — время, с.

Диффузия влаги внутри капли описывается уравнением:

$$\frac{\partial C_m}{\partial \tau} = D_m \nabla^2 C_m, \quad (3)$$

где  $C_m$  — массовая концентрация влаги в молоке относительно объема капли, кг/м<sup>3</sup>;

$D_m$  — усредненный коэффициент диффузии влаги в молоке, м<sup>2</sup>/с.

Для учета влияния морфологических и реологических преобразований на кинетику влагопереноса был введен уточняющий коэффициент  $K_1$ , корректирующий коэффициент диффузии. Такой подход соответствует полуэмпирическим стратегиям моделирования, применяемым в инженерных задачах распылительной сушки (Putranto & Chen, 2016; Langrish, 2009).

Кинетика структурных преобразований материала выражается зависимостью:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = K_{стр} \cdot \int_0^\tau T_m, \quad (4)$$

где  $\varphi$  — структурный параметр, отражающий изменение структуры молока;

$K_{стр}$  — коэффициент, определяющий структурные изменения;

$\int_0^\tau T_m$  — изменение температуры за время обработки продукта, °C.

## Учет энергоподвода

Полный тепловой поток, подводимый к поверхности капли, определяется как сумма конвективной и радиационной составляющих:

$$Q = Q_{konv} + Q_{rad}, \quad (5)$$

где  $Q_{konv}$  — конвективный тепловой поток, который воздействует на каплю молока за счет подаваемого нагретого воздуха, Вт;

$Q_{rad}$  — радиационный тепловой поток, который генерируется ИК-излучателями, Вт.

Конвективный теплообмен рассчитывался по классическим корреляционным зависимостям, а радиационный — на основе заданной плотности излучаемого теплового потока от инфракрасных источников.

Схема миделевого сечения высушиваемой капли молока представлена на Рисунке 3.

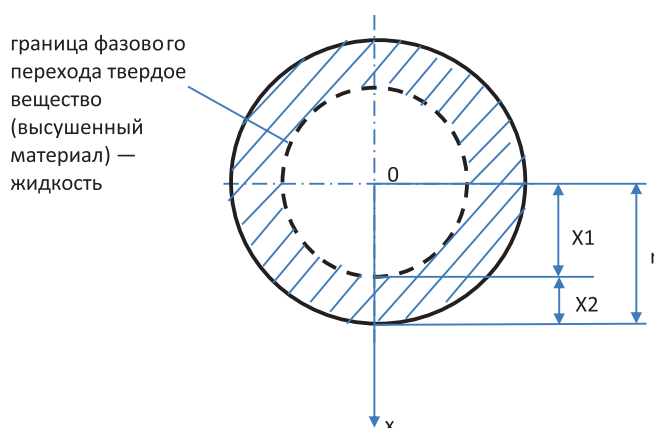
Данная схема показывает продвижение фронта фазового перехода «высушенный материал — жидкость».

**Рисунок 3**

Схема миделевого сечения высушиваемой капли молока

**Figure 3**

Schematic Diagram of the Mid-Section of a Drying Milk Droplet



*Примечание.*  $x_1, x_2$  — границы фазового перехода «жидкость — высушенный материал»;  $r$  — начальный радиус капли; пунктирной линией обозначена граница фазового перехода «твердое вещество (высушенный материал) — жидкость».

*Note.*  $x_1, x_2$  — are the boundaries of the liquid-dried material phase transition;  $r$  — is the initial radius of the droplet.

кость» по координате, а также демонстрирует миделевое сечение высушиваемой капли молока с начальным радиусом  $r$ .

Приведенная модель используется для определения параметров распылительной сушки при конвективно-радиационном подводе в периоды прогрева и испарения влаги с капли за определенное расчетное время.

## Численная реализация

Численное решение системы уравнений выполнялось в среде Python 3.9 с использованием библиотек:

- (1) SciPy — для интегрирования системы ОДУ (метод RK45),
- (2) NumPy — для обработки массивов данных,
- (3) Matplotlib — для визуализации результатов.

Программная реализация осуществлялась в среде PyCharm 2022.3. Пространственная область по радиусу капли дискретизировалась неравномерной сеткой со сгущением узлов вблизи поверхности и фронта фазового перехода. Временное интегрирование выполнялось с автоматическим контролем шага при относительной погрешности  $10^{-5}$ .

## Параметры расчетного эксперимента

В расчетах использовались следующие параметры:

- (1) начальная температура капли: 293 К;
- (2) коэффициент теплоотдачи: 100 Вт/(м<sup>2</sup>·К),
- (3) коэффициент диффузии влаги:  $2,2 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с,
- (4) теплоемкость молока: 3900 Дж/(кг·К),
- (5) масса капли:  $1 \cdot 10^{-9}$  кг,
- (6) площадь поверхности капли:  $1 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>.

Исследование выполнялось для четырех значений удельного теплового потока:

$$q_n = 0,000156; 0,000195; 0,000234; 0,000273 \text{ Дж.}$$

Продолжительность расчетного эксперимента составляла 120 с, что соответствует стадиям прогрева и интенсивного испарения влаги, согласно литературным данным (Kharkov, 2025).

## Анализ результатов

В ходе вычислительного эксперимента были проанализированы:

- (1) динамика температуры поверхности капли,
- (2) изменение средней концентрации влаги,
- (3) влияние коэффициента  $K_1$  на кинетику массопереноса.

Результаты фиксировались с временным шагом 0,1 с и обрабатывались статистически с последующей графической интерпретацией.

## Методологические ограничения

Модель реализована для одиночной капли без учета межкапельных взаимодействий, агломерации и полидисперсности факела распыла. Коэффициент диффузии считался постоянным, а влияние структуры учитывалось параметрически через коэффициент  $K_1$ , что соответствует полуэмпирическому уровню детерминированности модели. Рассмотрение изолированной капли без учета коллективных эффектов в факеле распыла (столкновения, агломерация). Таким образом, модель не описывает полномасштабный 3D-процесс в сушильной камере, что ограничивает её прямым переносом на проектирование оборудования без дополнительных калибровок.

## РЕЗУЛЬТАТЫ

В работе выделены временные интервалы стадий сушки молока при температуре греющего пара  $T_r = 323$  К (при конвективном энергоподводе): начальный период, соответствующий прогреву капли (0–15 с); квазиравновесное испарение (15–125 с); формирования корки (125–280 с); сушка пористой частицы (280–400 с). В вычислительном эксперименте периоды формирования корки и сушки пористого тела не рассматриваются.

## Влияние энергоподвода на изменение температуры капли

В этом подразделе анализируется влияние энергоподвода  $q_n$  на динамику температуры капли при фиксированной начальной температуре 293 К.

В результате вычислительного эксперимента выявлены количественные зависимости температуры поверхности капли от удельного теплового потока:  $T_{\text{пов}} = f(q_n)$ . Установлено, что увеличение  $q_n$  от 0,000156 до 0,000273 Дж приводит к росту  $T_{\text{пов}}$  от 331 до 360 К. За время обработки 120 с максимальная температура на поверхности капли при каждом  $q_n$  соответственно составляет:

при  $q_n = 0,000156$  Дж температура на поверхности капли составляет  $T_{\text{пов н}} = 331$  К;

при  $q_n = 0,000195$  Дж температура на поверхности капли составляет  $T_{\text{пов н}} = 340,5$  К;

при  $q_n = 0,000234$  Дж температура на поверхности капли составляет  $T_{\text{пов н}} = 350$  К;

при  $q_n = 0,000273$  Дж температура на поверхности капли составляет  $T_{\text{пов н}} = 360$  К.

При рассмотрении температур по стадиям сушки установлено, что при тепловом потоке  $q_n = 0,000156$  Дж, изменение температуры поверхности на начальном периоде составляет 293...303 К, в период квазистационарного испарения 303...331 К.

При тепловом потоке  $q_n = 0,000195$  Дж изменение температуры поверхности в начальном периоде

составляет 293...307 К, в период квазистационарного испарения — 307...340,5 К.

При  $q_n = 0,000234$  Дж изменение температуры поверхности в начальном периоде составляет 293...310 К, в период квазистационарного испарения — 310...350 К.

При  $q_n = 0,000273$  Дж изменение температуры поверхности в начальном периоде составляет 293...312 К, в период квазистационарного испарения — 312...360 К.

Прогнозируемые температуры, полученные в результате расчета, соответствуют данным (Mohammed, 2003), введение  $K_1$  улучшает точность, в зависимости от вида высушиваемого продукта.

График изменения температуры поверхности капли при разных значениях теплоты  $q_n$ , и начальной температуре поверхности капли  $T_{\text{пов н}} = 293$  К (20 °С) представлен на Рисунке 4.

### Изменение концентрации влаги при разных значениях энергоподвода

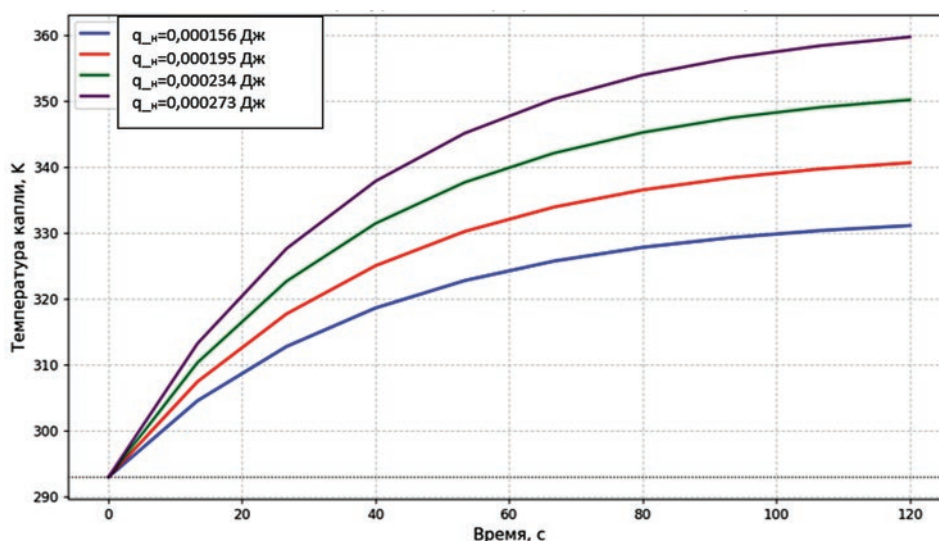
Изменение концентрации влаги на поверхности капли при продолжительности обработки 120 с

Рисунок 4

Изменение температуры на поверхности капли при разных значениях теплоты

Figure 4

Change in Temperature on the Surface of a Droplet at Different Values of Heat



и различных температурах нагрева поверхности капли представлено на Рисунке 5.

Рисунок 5 иллюстрирует динамику изменения средней концентрации влаги в капле  $C_m$  для исследуемых режимов.

Установлено, что увеличение  $q_n$  от 0,000156 до 0,000273 Дж приводит уменьшению концентрации влаги, соответственно:

при  $q_n = 0,000156$  Дж концентрация влаги составляет  $C = 4,8...4,9$  %;

при  $q_n = 0,000195$  Дж концентрация влаги составляет  $C = 4,85...4,95$  %;

при  $q_n = 0,000234$  Дж концентрация влаги составляет  $C = 4,95...5$  %;

при  $q_n = 0,000273$  Дж концентрация влаги составляет  $C = 5...5,1$  %.

Принципиальным результатом является достижение во всех случаях конечной влажности в узком диапазоне 4,9–5,1% за расчетное время 120 с. Од-

нако кинетические кривые имеют разный характер: с ростом  $q_n$  начальная скорость удаления влаги увеличивается. Эффект замедления процесса при времени обработки более 80 с, моделируемый с помощью уточняющего коэффициента  $K_1$ , качественно соответствует экспериментальным данным по сушке белково-углеводных систем (Schmitz-Schug, 2016), где образование поверхностного слоя снижает скорость диффузии.

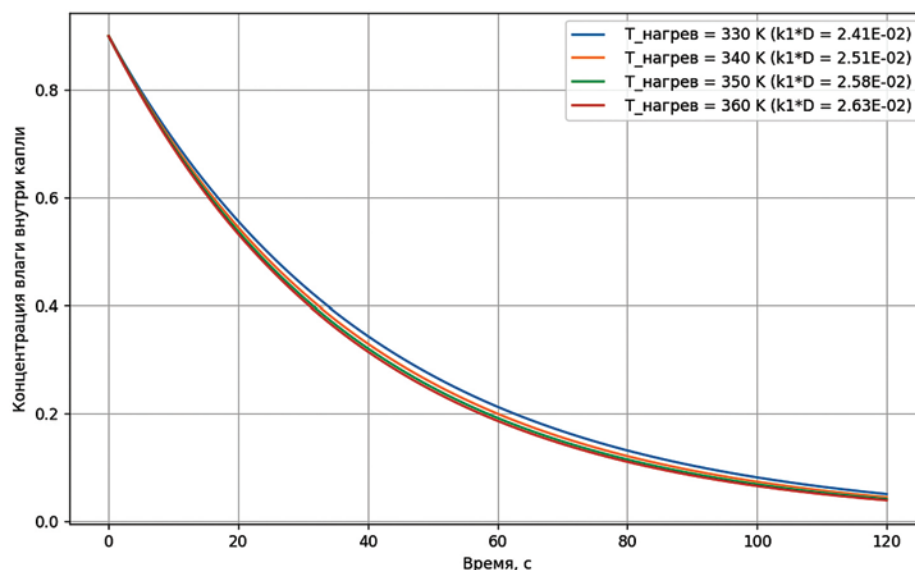
Анализ графиков зависимостей изменения температуры поверхности капли молока и концентрации влаги при времени обработки 120 с показал, что при более мягких режимах обработки нелинейные структурные изменения, вызванные флуктуациями возвратных потоков жидкости, вариациями реологических характеристик и неоднородностью размеров капли при оттоке паров воды с поверхности, обозначенные введением коэффициента  $K_1$ , менее выражены и не оказывают влияния на качество высушенного продукта. Предложенная математическая модель радиационно-конвективной сушки молока, реализованная с использованием сред разработки и редакторов кода на языке Python, описывает изменения температуры поверхности распыленных капель в зави-

**Рисунок 5**

Изменение концентрации влаги в капле при разных уровнях теплоты, а также при конвективно-радиационном энергоподводе

**Figure 5**

Change in Moisture Concentration in a Droplet at Different Levels of Heat Input During Convective-Radiative Energy Supply



симости от уровня энергоподвода, динамику концентрации влаги в капле. С учетом определенных допущений (не учитывалось изменение скорости движения капли при обработке, коэффициент диффузии считался постоянным, изменения структуры учитывались с помощью уточняющего коэффициента  $K_1$ ) данная модель продемонстрировала высокую адекватность в описании процесса.

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полученные результаты подтверждают, что разработанная CFD-модель, основанная на гибридном подходе Эйлера — Лагранжа и системе связанных уравнений теплопроводности, диффузии влаги и структурных преобразований, адекватно описывает кинетику распылительной сушки молока в условиях конвективно-радиационного энергоподвода. Наблюдаемая динамика изменения температуры поверхности капли и концентрации влаги соответствует общим закономерностям процесса, зафиксированным в экспериментальных исследованиях распылительной сушки пищевых эмульсий (Алексанян, 2014; Максименко, 2018).

Установлено, что рост плотности теплового потока приводит к увеличению температуры поверхности капли, однако не сопровождается пропорциональным ускорением удаления влаги. Данный эффект указывает на наличие внутренних диффузионных ограничений, формирующихся на поздних стадиях сушки. Аналогичное поведение кинетических кривых отмечается в работах, посвященных экспериментальному анализу распылительной сушки многокомпонентных пищевых систем, где образование поверхностной корки снижает интенсивность массопереноса (Алексанян, 2014; Максименко, 2018).

Введение уточняющего коэффициента  $K_1$  позволило воспроизвести эффект замедления диффузии влаги, связанный с морфологическими и структурными изменениями капли в процессе обезвоживания. Такой подход согласуется с экспериментальными наблюдениями морфологической эволюции частиц при распылительной сушке, представленными в работе (Alamilla-Beltrán, 2005), где показано, что формирование пористой и частично стеклообразной оболочки существенно изменяет механизм влагопереноса. В отличие от упрощенных геометрических моделей, приме-

няемых в ряде CFD-исследований, предложенная модель учитывает нелинейный характер структурных преобразований в параметризованной форме, что повышает её прогностическую устойчивость.

Сравнение расчетных результатов с литературными экспериментальными данными демонстрирует качественную и количественную сопоставимость температурных и влагосодержательных профилей. Это подтверждает, что применение лагранжевого описания движения капель в сочетании с внутренней теплопереносной моделью является методологически обоснованным для прогнозирования параметров распылительной сушки, что согласуется с выводами, сделанными в работах по CFD-моделированию распылительных процессов.

Отдельного внимания заслуживает влияние конвективно-радиационного энергоподвода. Полученные результаты показывают, что радиационная составляющая способствует формированию более высоких температурных градиентов в поверхностных слоях капли, однако при превышении определенного уровня энергоподвода она не приводит к существенному снижению конечного влагосодержания. Это указывает на существование рационального диапазона тепловых режимов, за пределами которого происходит лишь увеличение термической нагрузки на продукт без технологического выигрыша.

Таким образом, результаты исследования подтверждают, что оптимизация распылительной сушки должна базироваться не на максимизации энергоподвода, а на учете сопряженного влияния тепловых режимов и структурной кинетики материала. Полученные закономерности расширяют представление о механизмах теплопереноса в каплях молока и дополняют экспериментальные данные, представленные в литературе (Алексанян, 2014; Максименко, 2018; Alamilla-Beltrán, 2005).

С практической точки зрения разработанная модель может служить инструментом для выбора рациональных режимов работы распылительных сушилок, а также для предварительного анализа конструктивных решений при проектировании сушильного оборудования. В научном контексте полученные результаты подтверждают целесообразность дальнейшего развития параметризованных CFD-моделей, ориентированных на интеграцию

тепловых, диффузионных и структурных эффектов в единой расчетной схеме.

## Ограничения исследования

Допущение о постоянстве коэффициента диффузии  $D_m$  является источником основной систематической погрешности. Это ограничение свойственно многим моделям, не относящимся к полностью детерминированным. Кроме того, полуэмпирический характер коэффициента  $K_1$ , требует индивидуального определения для каждого конкретного состава сырья.

В исследовании рассмотрена изолированная капля без учета коллективных эффектов в факеле распыла (столкновения, агломерация). Таким образом, модель не описывает полный 3D-процесс в сушильной камере, что не позволяет напрямую перенести её для проектирования оборудования без дополнительных корректировок.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе сформирован и реализован расчетный каркас CFD-ориентированного описания распылительной сушки молока при комбинированном конвективно-радиационном энергоподводе, в котором внутренняя эволюция капли рассматривается как связанная задача теплопереноса, влагопереноса и структурной кинетики. Тем самым закрывается принципиальный для инженерной практики методологический разрыв: режимы сушки обсуждаются не как набор эмпирических «настроек», а как следствие согласованной динамики температуры, влагосодержания и формирования структуры материала.

Существенным результатом является не столько частный набор расчетных кривых, сколько выявленная логика отклика системы на усиление энергоподвода: на исследованном диапазоне режимов рост тепловой нагрузки закономерно повышает температурный уровень частицы, однако не обеспечивает соразмерного выигрыша по степени обезвоживания, поскольку на поздних стадиях процесс начинает определяться внутренними диффузионными ограничениями. Введение структурного поправочного коэффициента выступает здесь не формальным параметром, а необходимым эле-

ментом модели, позволяющим корректно отразить замедление массопереноса при формировании поверхностного слоя и тем самым повысить прогнозную адекватность расчетов.

Практическая ценность предложенного подхода состоит в его пригодности для обоснования рациональных режимов и предварительной оценки энергоэффективности распылительной сушки при комбинированном нагреве, а также для последующего развития с перспективой создания вычислительных модулей, используемых в проектировании и цифровых двойниках технологических процессов. Одновременно следует подчеркнуть границы применимости: модель построена на допущениях об изолированной капле и параметрическом учете структуры, не включая коллективных эффектов факела распыла и полномасштабной 3D-аэродинамики камеры; эти направления, вместе с идентификацией структурных параметров для конкретных составов сырья, образуют ближайшую и методологически оправданную программу дальнейших исследований.

## АВТОРСКИЙ ВКЛАД

**Марина Николаевна Орешина:** концептуализация; методология; программное обеспечение; проведение исследования; верификация данных; администрирование данных; создание черновика рукописи; создание рукописи и ее редактирование; визуализация.

**Самуэль Али Малази:** концептуализация; методология; проведение исследования; формальный анализ; создание черновика рукописи; создание рукописи и ее редактирование; визуализация.

## AUTHOR CONTRIBUTIONS

**Marina N. Oreshina:** conceptualization; methodology; software; investigation; validation; data curation; writing – original draft preparation; writing – review & editing; visualization.

**Samuel Ali Malazi:** conceptualization; methodology; investigation; formal analysis; writing – original draft preparation; writing – review & editing; visualization.

## ЛИТЕРАТУРА

- Алексамян, И.Ю., Максименко, Ю.А., Губа, О.Е. (2014). Исследование кинетики и совершенствование процесса распылительной сушки меланжа. *Технологии пищевой и перерабатывающей промышленности АПК – продукты здорового питания*, (3), 43–47.
- Алексамян, И.Ю., Максименко, Ю.А., Феклунова, Ю.С., Пшеничная Н.Э. (2015). Конвективно-радиационная распылительная сушилка для жидких и пастообразных пищевых материалов. *Технологии пищевой и перерабатывающей промышленности АПК – продукты здорового питания*, 3(7), 57–61.
- Губа, О.Е., Максименко, Ю.А. (2014). Исследование кинетики процесса распылительной сушки меланжа. *Вестник АГТУ*, 2(58), 92–96.
- Дантас А., Пьелла-Рифа М., Понтес Коста Д., Фелипе Х. Гоу П. (2024). Инновации в технологии распылительной сушки для производства жидких пищевых продуктов: дизайн, механизмы и возможности применения. *Прикладные исследования в области пищевых продуктов*, 4(1). <https://doi.org/10.1016/j.afres.2023.100382>
- Максименко, Ю.А., Феклунова, Ю.С., Пшеничная, Н.Э., Шакегов, Н.М. (2015). Установка конвективно-радиационной распылительной сушки. *Естественные и технические науки*, 10(88), 352–354.
- Максименко, Ю.А., Теличкина, Э.Р., Теличкин, Р.С. (2018). Анализ эффективности работы распылительных сушилок при обезвоживании растительных материалов. *Технологии пищевой и перерабатывающей промышленности АПК – продукты здорового питания*, 3(23), 55–62.
- Харьков, В. В., Лаврова, К. З. (2025). Численное исследование процесса распылительной сушки молока. *Вестник МГТУ*, 28(2), 263–272. <https://doi.org/10.21443/1560-9278-2025-28-2-263-272>
- Pshenichnaya, N.E., Shakesov, N.M. (2015). Installation of convective radiation spray drying. *Natural and Technical Sciences*, 10(88), 352–354.
- Пшеничная, Н. Е., Шакегов, Н.М. (2015). Установка конвективной радиационно-распылительной сушки. *Естественные и технические науки*, 10(88), 352–354.
- Alamilla-Beltrán, L., Chanona-Pérez, J.J., Jiménez-Aparicio, A.R., Gutiérrez-López, G.F. (2005). Description of morphological changes of particles along spray drying. *Journal of Food Engineering*, 67, 179–184.
- Jakkamsetty, C., Subramanian, P., Rashidinejad, A. (2024). Spray drying of milk and milk products. *Spray Drying for the Food Industry*, 4, 87–123. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-819799-8.00002-8>
- Langrish, T. A. G., Kockel, T. K. (2001). The assessment of a characteristic drying curve for milk powder for use in computational fluid dynamics modelling. *Chemical Engineering Journal*, 84, 69–74. [https://doi.org/10.1016/S1385-8947\(00\)00384-3](https://doi.org/10.1016/S1385-8947(00)00384-3)
- Langrish, T.A.G., Kota K., A comparison of collision kernels for sprays from one and two-nozzle atomisation systems. (2007). *Chemical Engineering Journal*, 126, 131–138. <https://doi.org/10.1016/j.cej.2006.07.015>
- Langrish, T.A.G., Multi-scale mathematical modelling of spray dryers. (2009). *Journal of Food Engineering*, 93, 218–228. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2009.01.019>
- Langrish, T.A.G., Williams, J., Fletcher, D.F. (2004). Simulation of the effects of inlet swirl on gas flow patterns in a pilot-scale spray dryer. *Chemical Engineering Research and Design*, 82, 821–833. <https://doi.org/10.1205/0263876041596661>
- Li, X., Zbicinski, I. (2005). A sensitivity study on CFD modeling of cocurrent spray-drying process. *Drying Technology*, 23, 1681–1691. <https://doi.org/10.1081/DRT-200065093>
- Li, Z., Kobayashi, N. (2005). Determination of moisture diffusivity by thermo-gravimetric analysis under non-isothermal condition. *Drying Technology*, 23, 1331–1342. <https://doi.org/10.1081/DRT-200059523117997>
- Lin S.X.Q., Chen X.D. (2006), A model for drying of an aqueous lactose droplet using the reaction engineering approach. *Drying Technology*, 24, 1329–1334. <https://doi.org/10.1080/07373930600951091>
- Mohammed, F. (2003) A new approach to modelling of single droplet drying. *Chemical Engineering Science*, 58, 2985–2993. [https://doi.org/10.1016/S0009-2509\(03\)00161-1](https://doi.org/10.1016/S0009-2509(03)00161-1)

- Poozesh, S., Lu K., Marsac, P. J. (2018). On the particle formation in spray drying process for biopharmaceutical applications: Interrogating a new model via computational fluid dynamics. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 122, 863–876. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.02.043>.
- Pugliese, A., Cabassi, G., Chiavaro, E., Paciulli, M., Carini E., Mucchetti G. (2017). Physical characterization of whole and skim dried milk powders. *Journal of Food Science and Technology*, 54, 3433–3442. <https://doi.org/10.1007/s13197-017-2795-1>
- Putranto, A., Chen, X. D. (2016). The relative activation energy of food materials: Important parameters to describe drying kinetics. *International Journal of Food Properties*, 19(8), 1726–1737. <https://doi.org/10.1080/10942912.2014.999863>
- Schmitz-Schug, I., Kulozik, U., Foerst, P. (2016). Modeling spray drying of dairy products – Impact of drying kinetics, reaction kinetics and spray drying conditions on lysine loss. *Chemical Engineering Science*, 141, 315–329. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2015.11.008>
- Woo, M. W., Daud, W. R. W., Mujumdar, A. S., Talib, M. Z. M., Hua, W. Z., Tasirin, S. M. (2008). Comparative study of droplet drying models for CFD modelling. *Chemical Engineering Research and Design*, 86(9), 1038–1048. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2008.04.003>
- Zhang X., Chen X., Xu Y., Yang J., Du L., Li K., Zhou Y. (2021). Milk consumption and multiple health outcomes: umbrella review of systematic reviews and meta-analyses in humans. *Nutrition & Metabolism*, 18, Article 7. <https://doi.org/10.1186/s12986-020-00527-y>

## REFERENCES

- Aleksanyan, I. Yu., Maksimenko, Yu. A., Guba, O. E. (2014). Investigation of kinetics and improvement of the process of spray drying of melange. *Technologies of the Food and Processing Industry of AIC – Healthy Food*, (3), 43–47. (In Russ.).
- Aleksanyan, I.Yu., Maksimenko, Yu.A., Feklunova, Yu.S., Pshenichnaya, N.E. (2015). Convective radiation spray dryer for liquid and pasty food materials. *Technologies of the Food and Processing Industry of AIC – Healthy Food*, 3(7), 57–61. (In Russ.).
- Dantas, A., Piella-Rifa, M., Pontes Costa, D., Felipe, X. Gou, P. (2024). Innovations in spray drying technology for liquid food processing: Design, mechanisms, and potential for application. *Applied Food Research*, 4(1). (In Russ.). <https://doi.org/10.1016/j.afres.2023.100382>
- Guba, O.E., Maksimenko, Yu.A. (2014). Investigation of the kinetics of the spray drying process of melange. *Vestnik ASTU*, 2(58), 92–96. (In Russ.).
- Maksimenko, Yu.A., Telichkina, E.R., Telichkin, R.S. (2018). Analysis of the effectiveness of spray dryers in the dewatering of plant materials. *Technologies of the Food and Processing Industry of AIC – Healthy Food*, 3(23), 55–62. (In Russ.).
- Maksimenko, Yu.A., Feklunova, Yu.S., Pshenichnaya, N.E., Shakesov, N.M. (2015). Installation of convective radiation spray drying. *Natural and Technical Sciences*, 10(88), 352–354.
- Kharkov, V. V., & Lavrova. K.Z. (2025). Simulation of milk spray drying. *Vestnik of MSTU*, 28(2), 263–272. (In Russ.). <https://doi.org/10.21443/1560-9278-2025-28-2-263-272>
- Pshenichnaya, N.E., Shakesov, N.M. (2015). Installation of convective radiation spray drying. *Natural and Technical Sciences*, 10(88), 352–354.
- Alamilla-Beltrán, L., Chanona-Pérez, J.J., Jiménez-Aparicio, A.R., Gutiérrez-López, G.F. (2005). Description of morphological changes of particles along spray drying. *Journal of Food Engineering*, 67, 179–184.
- Jakkamsetty, C., Subramanian, P., Rashidinejad, A. (2024). Spray drying of milk and milk products. *Spray Drying for the Food Industry*, 4, 87–123. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-819799-8.00002-8>
- Langrish, T. A. G., Kockel, T. K. (2001). The assessment of a characteristic drying curve for milk powder for use in computational fluid dynamics modelling. *Chemical Engineering Journal*, 84, 69–74. [https://doi.org/10.1016/S1385-8947\(00\)00384-3](https://doi.org/10.1016/S1385-8947(00)00384-3)
- Langrish, T.A.G., Kota K., A comparison of collision kernels for sprays from one and two-nozzle atomisation systems. (2007). *Chemical Engineering Journal*, 126, 131–138. <https://doi.org/10.1016/j.cej.2006.07.015>

- Langrish, T.A.G., Multi-scale mathematical modelling of spray dryers. (2009). *Journal of Food Engineering*, 93, 218–228. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2009.01.019>
- Langrish, T.A.G., Williams, J., Fletcher, D.F. (2004). Simulation of the effects of inlet swirl on gas flow patterns in a pilot-scale spray dryer. *Chemical Engineering Research and Design*, 82, 821–833. <https://doi.org/10.1205/0263876041596661>
- Li, X., Zbicinski, I. (2005). A sensitivity study on CFD modeling of cocurrent spray-drying process. *Drying Technology*, 23, 1681–1691. <https://doi.org/10.1081/DRT-200065093>
- Li, Z., Kobayashi, N. (2005). Determination of moisture diffusivity by thermo-gravimetric analysis under non-isothermal condition. *Drying Technology*, 23, 1331–1342. <https://doi.org/10.1081/DRT-200059523117997>
- Lin S.X.Q., Chen X.D. (2006), A model for drying of an aqueous lactose droplet using the reaction engineering approach. *Drying Technology*, 24, 1329–1334. <https://doi.org/10.1080/07373930600951091>
- Mohammed, F. (2003) A new approach to modelling of single droplet drying. *Chemical Engineering Science*, 58, 2985–2993. [https://doi.org/10.1016/S0009-2509\(03\)00161-1](https://doi.org/10.1016/S0009-2509(03)00161-1)
- Poozesh, S., Lu K., Marsac, P. J. (2018). On the particle formation in spray drying process for biopharmaceutical applications: Interrogating a new model via computational fluid dynamics. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 122, 863–876. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.02.043>
- Pugliese, A., Cabassi, G., Chiavaro, E., Paciulli, M., Carini E., Mucchetti G. (2017). Physical characterization of whole and skim dried milk powders. *Journal of Food Science and Technology*, 54, 3433–3442. <https://doi.org/10.1007/s13197-017-2795-1>
- Putranto, A., Chen, X. D. (2016). The relative activation energy of food materials: Important parameters to describe drying kinetics. *International Journal of Food Properties*, 19(8), 1726–1737. <https://doi.org/10.1080/10942912.2014.999863>
- Schmitz-Schug, I., Kulozik, U., Foerst, P. (2016). Modeling spray drying of dairy products – Impact of drying kinetics, reaction kinetics and spray drying conditions on lysine loss. *Chemical Engineering Science*, 141, 315–329. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2015.11.008>
- Woo, M. W., Daud, W. R. W., Mujumdar, A. S., Talib, M. Z. M., Hua, W. Z., Tasirin, S. M. (2008). Comparative study of droplet drying models for CFD modelling. *Chemical Engineering Research and Design*, 86(9), 1038–1048. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2008.04.003>
- Zhang X., Chen X., Xu Y., Yang J., Du L., Li K., Zhou Y. (2021). Milk consumption and multiple health outcomes: umbrella review of systematic reviews and meta-analyses in humans. *Nutrition & Metabolism*, 18, Article 7. <https://doi.org/10.1186/s12986-020-00527-y>

## ОБ АВТОРАХ

**Орешина Марина Николаевна**, профессор кафедры прикладной информатики и информационной безопасности РЭУ им. Г. В. Плеханова (117997, Москва, Стремянный пер., д. 36), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8569-0896>, Scopus ID: 57215699278, Researcher ID: C-8566-2019, SPIN-код: 3300-7204, [Oreshina.MN@rea.ru](mailto:Oreshina.MN@rea.ru)

**Малази Самуэль Али**, старший преподаватель кафедры пищевых технологий и биоинженерии РЭУ им. Г. В. Плеханова (117997, Москва, Стремянный пер., д. 36), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8532-9320>, Scopus ID: 57216928046, Researcher ID: PKF-7230-2026, SPIN-код: 4431-5503, [malazi.sa@rea.ru](mailto:malazi.sa@rea.ru)

## ABOUT THE AUTHORS

**Oreshina Marina Nikolaevna**, Professor of the Department of Applied Informatics and Information Security at the Plekhanov Russian University of Economics (36 Stremyanny Lane, Moscow, 117997), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8569-0896>, Scopus ID: 57215699278, Researcher ID: C-8566-2019, SPIN-код: 3300-7204, [Oreshina.MN@rea.ru](mailto:Oreshina.MN@rea.ru)

**Malazi Samuel Ali**, Senior Lecturer at the Department of Food Technology and Bioengineering, Plekhanov Russian University of Economics (36 Stremyanny Lane, Moscow, 117997) ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8532-9320>, Scopus ID: 57216928046, Researcher ID: PKF-7230-2026, SPIN-код: 4431-5503, [malazi.sa@rea.ru](mailto:malazi.sa@rea.ru)