

УДК 631.563.2

## **Моделирование тепловой обработки семян масличных культур высокотемпературным теплоносителем**

**Шевцов Александр Анатольевич**

*доктор технических наук, профессор*

*ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет инженерных технологий»*

*Адрес: 394036, г. Воронеж, пр-т. Революции, 19*

*E-mail: shevalol@rambler.ru*

**Лыткина Лариса Игоревна**

*доктор технических наук, профессор*

*ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет инженерных технологий»*

*Адрес: 394036, г. Воронеж, пр-т. Революции, 19*

*E-mail: larissaig2410@rambler.ru*

**Ткач Владимир Владимирович**

*кандидат технических наук*

*Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е.*

*Жуковского и Ю.А. Гагарина»*

*Адрес: 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54 «А»*

*E-mail: tkachbalian@yandex.ru*

**Чернухин Юрий Васильевич**

*кандидат технических наук, доцент*

*Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е.*

*Жуковского и Ю.А. Гагарина»*

*Адрес: 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54 «А»*

*E-mail: uvchernuhin@mail.ru*

**Сердюкова Наталья Алексеевна**

*Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е.*

*Жуковского и Ю.А. Гагарина»*

*Адрес: 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54 «А»*

*E-mail: nata29@mail.ru*

Из-за сложности экспериментального определения полей температуры и влагосодержаний в единичных семенах масличных культур принципиально важным является разработка модели тепломассопереноса, которая позволила бы проводить анализ множества альтернативных вариантов аппаратно-технологического оформления тепловой обработки и выбирать из них оптимальные с точки зрения энергетических затрат и показателей качества высушиваемого продукта. Цель работы сформулировать математическую модель тепловой обработки семян масличных культур сферической формы высокотемпературным теплоносителем, в качестве которого использовать перегретый пар атмосферного давления, на основе дифференциальных

уравнений А.В. Лыкова и предложить ее аналитическое решение. Для решения модели приняты следующие упрощающие допущения: пренебрегается теплопередачей за счёт теплопроводности; не учитывается усадка и градиент давления; единичное зерно представляется в форме шара; теплофизические параметры зависят от температуры и влажности семян; начальное распределение температуры и влагосодержания в частице продукта постоянны. С учетом принятых допущений уравнения нестационарного теплопереноса приведены к безразмерному виду и рассмотрены в сферической системе координат с граничными и начальными условиями. Аналитическое решение задачи моделирования представлено модифицированными рядами Фурье. Установлено, что достаточно ограничиться двумя слагаемым ряда и получить приближённое решение с достаточной для инженерных расчетов точностью. Выполнена идентификация параметров модели по экспериментальным данным процесса тепловой обработки семян рапса перегретым паром атмосферного давления в барабанной сушилке с погрешностью моделирования 12-14%.

**Ключевые слова:** семена, тепловая обработка, перегретый пар, теплоперенос, математическая модель, аналитическое решение

В последнее время при тепловой обработке зерновых культур отдается предпочтение высокотемпературным теплоносителям, в частности перегретому пару, обладающему существенными преимуществами (Остриков, 2013, 2014, 2015; Шевцов, 2013). В этой связи возникает необходимость в разработке новых методов аналитического решения известных моделей для получения более точных результатов для решения задач оптимального управления технологическими параметрами в процессах тепловой обработки (сушки, обжарки) семян масличных культур. Интенсивные температурные режимы при тепловой обработке высокотемпературным теплоносителем, с одной стороны, должны быть ограничены областью допустимых технологических свойств зерна, а с другой стороны, обеспечить снижение удельных теплоэнергетических затрат за счет увеличения производительности процесса обработки (Остриков, 2013, 2014, 2015; Шевцов, 2012, 2013).

Из-за сложности экспериментального определения полей температур и влагосодержаний в единичных семенах принципиально важным является разработка модели теплопереноса, которая позволила бы проводить анализ множества альтернативных вариантов аппаратно-технологического оформления тепловой обработки и выбирать из них оптимальные с точки зрения энергетических затрат и показателей качества высушиваемого продукта (Подгорный, 2014, 2015; Рудобашта, 2016, 2018).

### Метод решения

Математическая модель тепловой обработки масличных семян (рапса, льна, сои и др.) перегретым паром атмосферного давления

сформулирована на основе дифференциальных уравнений академика А.В. Лыкова, учитывающих обобщенный закон перемещения влаги во влажном зерне в виде пара и жидкости (Лыков, 1963, 1967, 1978; Гинзбург, 1973, 1985). Для ее решения приняты следующие упрощающие допущения: пренебрегается теплопередачей за счёт теплопроводности; не учитывается усадка и градиент давления; единичное зерно представляется в форме шара; теплофизические параметры зависят от температуры и влажности семян; начальное распределение температуры и влагосодержания в частице продукта постоянны.

С учетом принятых допущений уравнения нестационарного теплопереноса в сферической системе координат представлены в виде.

$$c_m \rho_0 \frac{\partial \theta}{\partial t} = \lambda \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{2}{x} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \varepsilon r_0 \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t},$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a_m \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{2}{x} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + a_m \delta \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{2}{x} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right), \quad (1)$$

с граничными условиями третьего рода:

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=R} + \alpha (\theta \Big|_{x=R} - \theta_c) - (1 - \varepsilon) r_0 \rho_0 \beta (u \Big|_{x=R} - u_p) = 0,$$

$$a_m \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=R} + a_m \delta \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{x=R} + \beta (u \Big|_{x=R} - u_p) = 0, \quad (2)$$

и начальными условиями:

$$\theta(x, 0) = \theta_0, \quad u(x, 0) = u_0, \quad (3)$$

где  $\theta_0, \theta$  – начальная и текущая температура семян,  $\theta_c$  – температура теплоносителя,  $K; u,$

$u_p, u_0$  – соответственно текущее, равновесное и начальное влагосодержание семян, кг/кг;  $\varepsilon$  – критерий фазового превращения, величина безразмерная, характеризующая долю влаги, перемещающейся в виде пара;  $R_0$  – удельная теплота парообразования, кДж/кг;  $a_m$  – коэффициент диффузии влаги, м<sup>2</sup>/с;  $\delta$  – термоградиентный коэффициент, 1/К;  $\alpha$  – коэффициент теплообмена, Вт / (м<sup>2</sup>·К);  $\beta$  – коэффициент массоотдачи, м/с;  $t$  – текущее время тепловой обработки, с.

После замены переменных:  $r = x/R$  – безразмерная пространственная координата;  $T = (\theta - \theta_0)/(\theta_c - \theta_0)$ ,  $U = u/u_0$  – соответственно безразмерные температура и влагосодержание семян;  $\tau = t / t_k$  – безразмерное время, где  $t_k$  – конечное время тепловой обработки, получена безразмерная форма уравнений (1) – (3):

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \tau} &= A_{11} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + A_{12} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \right), \\ \frac{\partial U}{\partial \tau} &= A_{21} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + A_{22} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

$$r \in [0,1], \tau \in [0,1],$$

с граничными условиями:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial T(r,\tau)}{\partial r} \Big|_{r=1} + a_1 [1 - T(r,\tau)]_{r=1} - a_2 [U(r,\tau)]_{r=1} - u_p / u_0 &= 0, \\ \frac{\partial U(r,\tau)}{\partial r} \Big|_{r=1} + b_1 [1 - T(r,\tau)]_{r=1} + b_2 [U(r,\tau)]_{r=1} - u_p / u_0 &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

с начальными условиями:

$$T(r,0)=0, U(r,0)=1, \quad (6)$$

и условием ограниченности решения:

$$|T, U| < \infty \quad (7)$$

где комплексы критериев определяются уравнениями (Лыков, 1973; Гинзбург, 1973, 1985; Остриков, 2007);

$$A_{11} = 1 + \varepsilon \text{KoLuPn}, A_{12} = \varepsilon \text{KoLu}, A_{21} = \text{LuPn}, A_{22} = \text{Lu}, a_1 = \text{Bi}_q,$$

$a_2 = (1 - \varepsilon) \text{KoLuBi}_m, b_1 = \text{PnBi}_q, b_2 = \text{Bi}_m(1 - (1 - \varepsilon) \text{PnKoLu})$ , а используемые критерии имеют вид:  $\text{Ko} = r_0 u_0 / c_q (\theta_c - \theta_0)$  – Коссовича;  $\text{Lu} = a_m / a$  – Лыкова;  $\text{Pn} = \delta (\theta_c - \theta_0) / u_0$  – Поснова;  $\text{Fo} = at / R^2$  – число Фурье; теплообменный и массообменный критерии Био соответственно,  $\text{Bi}_q = \alpha R / \lambda, \text{Bi}_m = \beta R / a_m$ .

После замены неизвестных функций:

$$T = \frac{Z(\tau, r)}{r}, U = \frac{W(\tau, r)}{r}, (Z, W) \in C (0 \leq r \leq 1), \quad (8)$$

система (4) относительно  $Z$  и  $W$  приняла более простую форму:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z}{\partial \tau} &= A_{11} \frac{\partial^2 Z}{\partial r^2} + A_{12} \frac{\partial^2 W}{\partial r^2}, \\ \frac{\partial W}{\partial \tau} &= A_{21} \frac{\partial^2 Z}{\partial r^2} + A_{22} \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} \end{aligned} \quad (9)$$

с граничными и начальными условиями:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial Z(r,\tau)}{\partial r} \Big|_{r=1} + a_1 [1 - Z(r,t)]_{r=1} - a_2 [W(r,t)]_{r=1} - u_p / u_0 &= 0, \\ \frac{\partial W(r,\tau)}{\partial r} \Big|_{r=1} + b_1 [1 - Z(r,t)]_{r=1} + b_2 [W(r,t)]_{r=1} + u_p / u_0 &= 0, \end{aligned} \quad (10)$$

$$Z(0,r)=0, W(0,r)=r. \quad (11)$$

Так как функции  $T$  и  $U$  при  $r \rightarrow 0$  ограничены по условию (7), то из (8) следует:

$$Z(\tau, r)|_{r=0} = W(\tau, r)|_{r=0} = 0, \quad (12)$$

В этом случае задача сводилась к нахождению решения системы (9), удовлетворяющей граничным условиям (10), (12) и начальным условиям (11).

Предполагалось, что решение на сферической границе зерна при  $r = 1$  представлено функциями:

$$Z|_{r=1} = \varphi(\tau), W|_{r=1} = \psi(\tau), \quad (13)$$

Для замены сложной формы граничных условий (10) на более простые и удобные условия (13) предложено использовать метод разложения неизвестных функций  $\varphi(\tau)$   $\psi(\tau)$  в модифицированные ряды Фурье (Чернышов, 2009, 2010, 2014). При этом задача моделирования заключалась в том, чтобы найти решение системы

(9) с начальным условием (11) и граничными условиями (12), где неизвестные функции (13) следует определить так, чтобы выполнялись граничные условия (10).

При такой постановке решение задачи представлено следующими модифицированными рядами Фурье:

$$Z = M_z + \sum_{m=1}^{\infty} Z_m(\tau) \sin(m\pi r) \quad W = M_w + \sum_{m=1}^{\infty} W_m(\tau) \sin(m\pi r), \quad (14)$$

где зависимости  $M_z$  и  $M_w$  имеют вид:

$$M_z = \varphi(\tau)r + \varphi_0(\tau) \left( \frac{r^2}{2} - \frac{r^3}{6} - \frac{r}{3} \right) + \varphi_1(\tau) \left( \frac{r^3}{6} - \frac{r}{6} \right),$$

$$M_w = \psi(\tau)r + \psi_0(\tau) \left( \frac{r^2}{2} - \frac{r^3}{6} - \frac{r}{3} \right) + \psi_1(\tau) \left( \frac{r^3}{6} - \frac{r}{6} \right). \quad (15)$$

Функции  $M_z$  и  $M_w$  обеспечивают равномерность сходимости разложений (14) внутри отрезка  $r \in [0, 1]$  и на его границах вместе со вторыми частными производными по радиусу  $r$  включительно (Чернышов, 2010). Выражения для  $Z$  и  $W$  в (14) вместе со вторыми частными производными в (9) при  $r = 0$  и  $r = 1$  обращаются в тождества. Это свойство позволило почленно дважды дифференцировать разложения (14) и подставлять их в дифференциальные уравнения (10), граничные условия (10) и начальные условия (11). Сходимость модифицированных рядов Фурье имеет порядок  $(\pi m)^{-5}$ , где  $m$  - порядковый номер слагаемого в суммах системы (14).

В силу высокой скорости сходимости рядов Фурье (14) достаточно было ограничиться двумя первыми слагаемыми и получить приближённое решение в виде зависимостей:

$$T = \frac{1}{r} [M_z + Z_1(\tau) \sin(m\pi r)],$$

$$U = \frac{1}{r} [M_w + W_1(\tau) \sin(m\pi r)]. \quad (17)$$

### Результаты

Для изначально сформулированной модели (1) – (3) получено аналитическое решение методом модифицированных рядов Фурье с помощью

математического пакета Maple. Результаты моделирования представлены на Рисунках 1, 2, 3. Выполнена идентификация параметров модели по экспериментальным данным процесса сушки зерна рапса в барабанной сушилке (Ткач, 2018). Численный эксперимент (Форсайт, 1980) с учетом данных Таблицы 1 обеспечил наилучшую сходимость расчетных и экспериментальных данных (Рисунок 4) с погрешностью моделирования 12,5%.

Рассчитанные значения показателей средней ошибки аппроксимации и коэффициента детерминации для температуры не превысили значения 4% и 0,957, а для влагосодержания – 2% и 0,968 соответственно.

Таблица 1  
Тепломассообменные характеристики зерна рапса

Обозначение	Наименование	Численное значение
$R$	Эквивалентный радиус зерна рапса, м	0,0018
$u_0$	Начальное влагосодержание зерна рапса, кг/кг	0,1749
$u_p$	Равновесное влагосодержание, кг/кг	0,096
$\theta_0$	Температура зерна на входе, К	293
$\theta_C$	Температура перегретого пара, К	393
$\varepsilon$	Коэффициент фазового превращения	1
$\delta$	Термоградиентный коэффициент, 1/К	0,00122
$\rho_0$	Плотность абсолютно сухого зерна, кг/м <sup>3</sup>	620
$c_q$	Удельная теплоемкость зерна, кДж/(кг·К)	2,7
$a$	Коэффициент температуропроводности зерна, м <sup>2</sup> /с	$1,1 \cdot 10^{-7}$
$\lambda$	Коэффициент теплопроводности продукта, Вт/(м·К)	0,2225
$a_m$	Коэффициент диффузии влаги, зерна м <sup>2</sup> /с	$1,324 \cdot 10^{-10}$
$\alpha^*$	Коэффициент теплоотдачи, Вт/(м <sup>2</sup> ·К)	0,1064
$\beta^*$	Коэффициент массоотдачи, кг/[м <sup>2</sup> ·с·(кг/м <sup>3</sup> )]	$3,775 \cdot 10^{-7}$
$r_0$	Удельная теплота парообразования, кДж/кг	2452,16

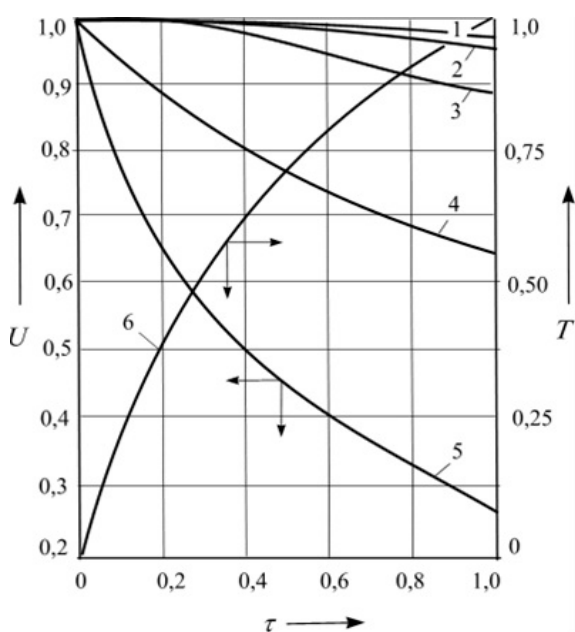


Рисунок 1. Зависимость влагосодержания (1-5) и температуры (6) от времени в относительных единицах по радиусу зерна  $r$ : 1 – 0; 2 – 0,25; 3 – 0,5; 4 – 0,75; 5 – 1,0; 6 – {0; 0,25; 0,5; 0,75; 1,0}.

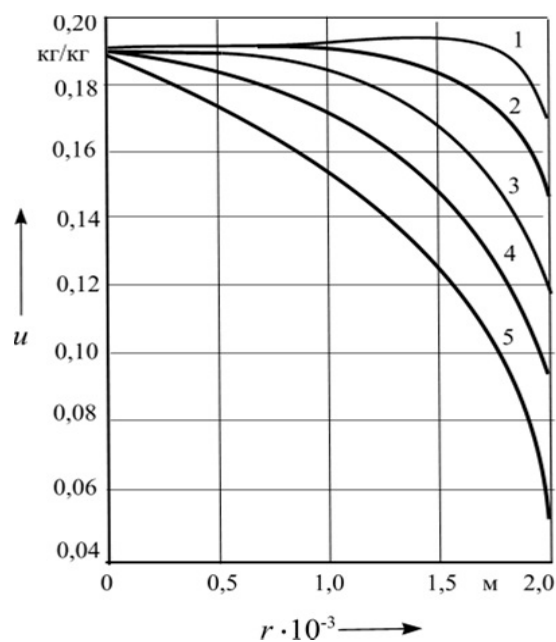


Рисунок 2. Поля влагосодержаний по радиусу зерна в моменты времени  $t$ : 1 – 0,2; 2 – 0,4; 3 – 0,6; 4 – 0,8; 5 – 1,0.

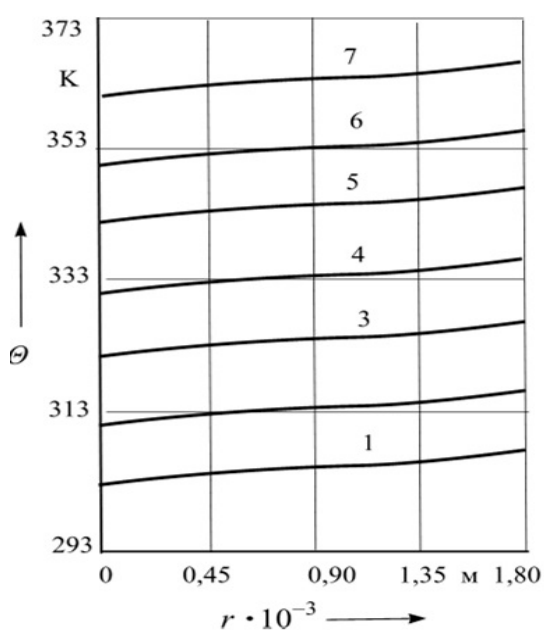


Рисунок 3. Поля температур по радиусу зерна в моменты времени  $t$ : 1 – 0,14; 2 – 0,28; 3 – 0,42; 4 – 0,56; 5 – 0,7; 6 – 0,84; 7 – 0,98

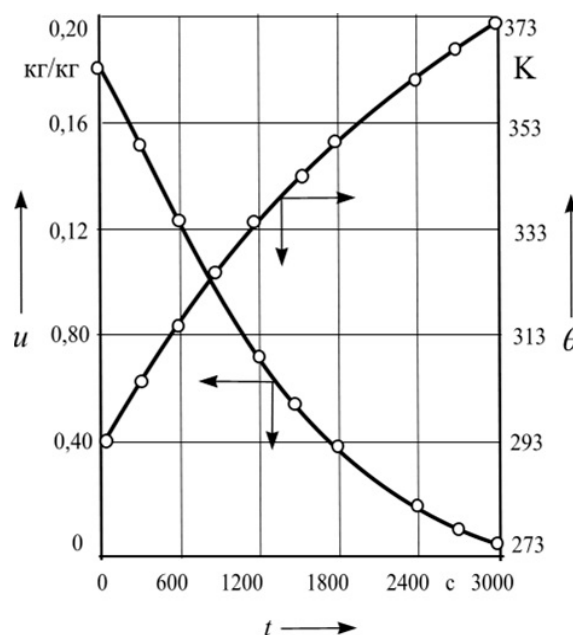


Рисунок 4. Расчетные кривые сушки и нагрева зерна рапса и экспериментальные точки в барабанной сушилке.

## Заключение

Таким образом, математическая модель А.В. Лыкова и представленное аналитическое решение в рамках сделанных допущений с применением модифицированных рядов Фурье для нахождения полей температур и влагосодержаний в единичном зерне адекватно описывает реальный процесс тепловой обработки масличных культур сферической формы и позволяет получить приближенное решение с заданной точностью.

## Литература

- Гинзбург А.С. Основы теории и техники сушки пищевых производств. М.: Пищевая пром-ть, 1973. 243 с.
- Гинзбург А.С. Расчет и проектирование сушильных установок пищевой промышленности. М.: Агропромиздат, 1985. 336 с.
- Гинзбург А.С., Савина И.М. Массообменные характеристики пищевых продуктов. М.: Легкая и пищевая промышленность, 1982. 280 с.
- Лыков А.В. Теплообмен. Справочник. М.: Энергия, 1978. 480 с.
- Лыков А.В. Теория сушки. М.: Энергия, 1968. 472 с.
- Лыков А.В., Михайлов Ю.А. Теория тепло- и массообмена. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963. 535 с.
- Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений / Пер. с англ. Х.Д. Икрамова. М.: Мир, 1980. 279 с.
- Остриков А.Н., Шевцов С.А. Математическое моделирование процесса сушки пищевого растительного сырья перегретым паром // Изв. вузов. Пищевая технология. 2013. № 1. С. 83–87.
- Остриков А.Н., Калашников Г.В., Шевцов С.А. Основные закономерности тепло- и массообмена в процессе сушки пищевого растительного сырья перегретым паром // Изв. вузов. Пищевая технология. 2014. № 4. С. 87–92.
- Остриков А.Н., Сайко Д.С., Лыткина Л.И., Шевцов С.А. Распределение температурных полей в частице с треугольной симметрией при сушке перегретым паром // Изв. вузов. Пищевая технология. 2015. № 1. С. 69–74.
- Остриков А.Н., Шевцов С.А. Математическая модель стабилизации материальных и тепловых потоков в замкнутом цикле при производстве крупяных концентратов // Изв. вузов. Пищевая технология. 2014. № 1. С. 80–85.
- Остриков А.Н., Шевцов С.А., Столяров И.Н. Численно-аналитическое решение трехмерной модели нестационарного теплопереноса в процессе конвективной сушки пищевого растительного сырья // Изв. вузов. Пищевая технология. 2014. № 2-3. С. 116–120.
- Подгорный С.А., Косачев В.С., Кошевой Е.П., Схаляхов А.А. Влажно-температурные кинетические зависимости при сушке // Новые технологии. 2014. № 1. С. 43–47.
- Подгорный С.А., Косачев В.С., Кошевой Е.П., Схаляхов А.А. Постановка задачи описания переноса тепла, массы и давления при сушке // Новые технологии. 2014. № 3. С. 20–27.
- Подгорный С.А., Кошевой Е.П., Косачев В.С. Термодинамический подход в теории сушки // Изв. вузов. Пищевая технология. 2015. № 4. С. 88–91.
- Процессы и аппараты пищевых производств. Кн. II / Под ред. А. Н. Острикова. СПб.: ГИОРД, 2007. 608 с.
- Рудобашта С.П., Зуева Г.А., Карташов Э.М. Теплообмен в сферической частице при ее сушке в осциллирующем электромагнитном поле // Теоретические основы химической технологии. 2016. Т. 50. № 5. С. 539–550.
- Рудобашта С.П., Зуева Г.А., Муравлева Е.А., Дмитриев В.М. Массопроводность капиллярно-пористых коллоидных материалов при конвективной сушке // Инженерно-физический журнал. 2018. Т. 91. № 4. С. 903–911.
- Ткач В.В., Шевцов А.А., Сердюкова Н.А. Компьютерное моделирование теплофизических характеристик семян рапса методом нестационарного теплового // Наука, образование и инновации в современном мире. Воронеж: ВГАУ, 2018. С. 199–204.
- Чернышов А. Д. Метод быстрых разложений для решения нелинейных дифференциальных уравнений // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2014. Т. 54. № 1. С. 11–21.
- Чернышов А.Д. Решение задач с фазовыми превращениями методом расширения границ // Инженерно-физический журнал. 2009. Т. 82. № 3. С. 576–585.
- Чернышов А.Д. Улучшение дифференцируемости решений краевых задач механики в форме обобщенных рядов Фурье с помощью граничных функций // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2010. № 1. С. 151–162.
- Шевцов А.А., Павлов И.О., Воронова Е.В., Бритиков Д.А. Решение обратной задачи теплопроводности для контроля и управления температурными полями в слое дисперсного материала // Инженерно-физический журнал. 2012. Т. 85. № 4. С. 753–760.
- Шевцов А.А., Сайко Д.С., Дранников А.В.,

- Шатунова Н.В. К решению краевой задачи теплопроводности гранулы с пленкой раствора на ее поверхности в процессе распылительной сушки // Теоретические основы химической технологии. 2013. Т. 47. № 2. С. 630–633.
- Шевцов С.А. Остриков А.Н. Техника и технология сушки пищевого растительного сырья. Воронеж: ВГУИТ, 2014. 289 с.
- Podgorny S.A., Kosachev V.S., Koshevoy E.P. Skhalyakhov A.A., Siyukhov H.R. The modeling of drying process of a grain moving layer with inversion // Modern Applied Science. 2015. Т. 9. № 4. P. 126-134.

# Modeling of Heat Treatment of Oilseeds High-Temperature Coolant

**Alexander A. Shevtsov**

*Voronezh state University of engineering technologies  
19, Prospect Revolution, Voronezh, Russian Federation, 394036  
E-mail: shevalol@rambler.ru*

**Larisa I. Lytkina**

*Voronezh state University of engineering technologies  
19, Prospect Revolution, Voronezh, Russian Federation, 394036  
E-mail: larissaig2410@rambler.ru*

**Vladimir V. Tkach**

*Military training and research center Of the air force  
"Air force Academy named after Professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin"  
54 "A", Starykh Bolshevikov St., Voronezh, Russian Federation, 394064  
E-mail: tkachbalian@yandex.ru*

**Yuri V. Chernukhin**

*Military training and research center Of the air force  
"Air force Academy named after Professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin"  
54 "A", Starykh Bolshevikov St., Voronezh, Russian Federation, 394064  
E-mail: uvchernuhin@mail.ru*

**Natalya A. Serdyukova**

*Military training and research center Of the air force  
"Air force Academy named after Professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin"  
54 "A", Starykh Bolshevikov St., Voronezh, Russian Federation, 394064  
E-mail: nata29@mail.ru*

Due to the complexity of the experimental determination of the temperature fields and moisture content in individual seeds of oilseeds, it is crucial to develop a model of heat and mass transfer, which would allow to analyze a variety of alternative options for hardware and technological design of heat treatment and choose the best from them in terms of energy costs and quality indicators of the dried product. The aim of the work is to formulate a mathematical model of heat treatment of seeds of oil crops of spherical shape by high-temperature heat-transfer agent, which is used as superheated atmospheric pressure steam, on the basis of differential equations of A. V. Lykov and to offer its analytical solution. To solve the model, the following simplifying assumptions are made: heat transfer is neglected due to thermal conductivity; shrinkage and pressure gradient are not taken into account; a single grain is represented in the form of a ball; thermophysical parameters depend on the temperature and humidity of seeds; the initial distribution of temperature and moisture content in the product particle is constant. Taking into account the accepted assumptions, the equations of unsteady heat and mass transfer are given to a dimensionless form and considered in a spherical coordinate system with boundary and initial conditions. The analytical solution of the modeling problem is represented by modified Fourier series. It is found that it is sufficient to limit two terms of the series and to obtain an approximate solution with sufficient accuracy for engineering calculations. The model parameters are identified by experimental data of the process of heat treatment of rapeseed by superheated atmospheric pressure steam in the drum dryer with the modeling error of 12-14 %.

**Keywords:** seeds, heat treatment, superheated steam, heat and mass transfer, mathematical model, analytical solution



## References

- Chernyshov A. D. The method of fast expansions for the solution of nonlinear differential equations // *Journal of computational mathematics and mathematical physics*. 2014. v. 54. no. 1. pp. 11 – 21.
- Chernyshov A.D. Solution of problems with phase transformations by the method of expansion of gradients // *Engineering-physical journal*. 2009. v. 82. no. 3. pp. 576 – 585.
- Chernyshov A.D. Improving the differentiability of solutions to boundary value problems in the form of generalized Fourier series with the help of boundary value functions // *Solid mechanics*. 2010. no. 1. pp. 151 – 162.
- Ginsburg S. Calculation and design of drying plants of food industry. M.: Agropromizdat, 1985. 336 p.
- Ginzburg A. S., Savina I. M., Mass transfer characteristics of food products is tov. M.: Light and food industry, 1982. 280 p.
- Ginzburg, S. the Basics of the theory and technology of drying food production. M.: Food-wai prom-t, 1973. 243 p.
- Lykov A.V. Heat And Mass Transfer. Handbook. M.: Energia, 1978. 480 p.
- Lykov A.V. Theory of drying. M.: Energy, 1968. 472 p.
- Lykov A.V., Mikhailov Y.A. Theory of heat and mass transfer. M-L: Gosenergo-dates 1963. 535 p.
- Machine methods of mathematical calculations. Per. with English. H.D. Ikramova /J. Forsythe, M. Malcolm, K. Moulter. M.: Mir, 1980. 279 p.
- Ostrikov A.N, Kalashnikov G. V., Shevtsov S. A. The basic laws of heat and mass transfer in the process of drying food raw materials overheated // *Food technology*. 2014. no. 4. pp. 87 – 92 .
- Ostrikov A.N., Saiko D.S., Lytkina L.I., Shevtsov, S.A. Distribution of temperature fields in the particle with triangular symmetry when drying with superheated steam // *Food technology*. 2015. no.1. pp. 69 – 74.
- Ostrikov A.N., Shevtsov S. A. Mathematical modeling of drying process of plant raw materials with superheated steam. higher educational // *Food technology*. 2013. no. 1. pp. 83 – 87.
- Ostrikov A.N., Shevtsov S.A. Mathematical model of stabilization of material and heat flows in a closed cycle in the production of grain concentrates // *Food technology*. 2014. no.1. pp. 80 – 85.
- Ostrikov A.N., Shevtsov S.A., Stolyarov I. N. Numerical and analytical solution of three-dimensional model of unsteady heat transfer in the process of convective drying of food and vegetable raw materials // *Food technology*. 2014. no. 2-3. pp. 116 – 120.
- Podgornyi S. A., Koshevoy E.P., Kosachev V.S. Thermodynamic approach in the drying theory // *Food technology*. 2015. no. 4. pp. 88 – 91.
- Podgornyi S.A., Kosachev V.S., Koshevoy E.P., A.A. Shelekhov. Humid-temperature kinetic dependence when drying // *New technology*. 2014. no. 1. pp. 43 – 47.
- Podgornyi S.A., Kosachev V.S., Koshevoy E.P., Shelekhov A. Statement of the problem describe the transport of heat, mass and pressure during drying // *New technology*. 2014. no. 3. pp. 20 – 27.
- Processes and apparatus of food production. kN. II. / Edited by A.N. Ostrikova. SPb.: GIORD, 2007. 608 p.
- Rudobashta S. P., Zueva G.A., Muravleva E.A., Dmitriev V.M. Mass conductivity of capillary-porous colloidal materials at convective drying // *Engineering-physical journal*. 2018. Vol. 91. no. 4. pp. 903 – 911.
- Rudobashta, S. P., Zueva G. A., Kartashov E. M. heat and mass transfer in a spherical particle when it is drying in the oscillating electromagnetic field // *Theoretical framework chi-ceramic technology*. 2016. v. 50. no. 5. pp. 539 – 550.
- Shevtsov A.A., Pavlov I.O., Britikov D.A. Voronova E.V. The solution of the inverse heat transfer for the control and management of temperature fields in the layer of the disperse material // *Engineering-physical journal*. 2012. v. 85. no. 4. pp. 753 – 760.
- Shevtsov A.A., Saiko D.S., Drannikov A.V., Shatunova N.V. To the solution of a boundary value problem of heat conduction granules with a film of solution on its surface in the process expose-tional drying // *Theoretical foundations of chemical engineering*. 2013. v. 47. no. 2. pp. 630 – 633.
- Shevtsov S. A. Ostrikov A. N. Technique and technology of drying food vegetable raw materials. Voronezh: USUET, 2014. 289 p.
- The modeling of drying process of a grain a moving layer with inversion / S.A. Podgorny, V.S. Kosachev, E.P. Koshevoy, A.A. Skhalyakhov, H.R. Siyukhov // *Modern applied Science*. 2015. v. 9. no. 4. pp. 126 – 134.
- Tkach V.V., Shevtsov A.A, Serdyukova N.A. Computer simulation of thermal characteristics of rapeseed by the method of unsteady thermal // *SB. art. on materials of science.- prakt. Conf. "Science, education and innovation in the modern world"*. Voronezh: Voronezh state agrarian University, 2018. pp. 199 – 204.